MATEMATIKA 8

I DALIS



LEIDĖJŲ ŽODIS

Mieli aštuntokai,
prieš jus vadovėlis, parašytas laikantis tų pačių tradicijų, kaip ir vadovėlis 7 klasei.
Vadovėlis susideda iš dviejų dalių (I dalis – 1–6 skyriai, II dalis – 7–12 skyriai). Kad jūs galėtumėte dirbti savarankiškai, teorinė dalis yra platesnė, pateikta daugiau išspręstų pavyzdžių, bet mažiau pratimų ir užduočių. Kam uždavinių bus per mažai, atskira knygute yra išleistas uždavinynas. Kiekvienoje vadovėlio dalyje pratimai ir užduotys numeruojami iš eilės, išskyrus skyrelius „Pasitikrinkite", kurių uždaviniai numeruojami atskirai kiekviename skyriuje, o jų atsakymai pateikti kiekvienos dalies gale. Teorijos skyreliuose nuspalvintas klaustukas žymi klausimus, į kuriuos turėtų bandyti atsakyti patys mokiniai. Kaip jau įprasta, sunkesnių užduočių numeriai – nuspalvinti.
Šis vadovėlis yra ilgo ir kruopštaus darbo rezultatas. Daugiau kaip metus autorių kolektyvas, leidyklos specialistai ir konsultantai, eksperimentuojantys mokytojai darė viską, kad jūs išvystumėte kiek galima geresnį ir įdomesnį vadovėlį.
Nuoširdžiai dėkojame visiems, prisidėjusiems prie vadovėlio rengimo.
Prašome savo pastabas, pageidavimus ir pasiūlymus siųsti adresu:
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-2600 Vilnius.

Vadovėlį rengė autorių kolektyvas:

***Nijolė Cibulskaitė*, *Kornelija Intienė*, *Aleksandras Plikusas*, *Kazimieras Pulmonas*, *Viktorija Sičiūnienė*, *Juozas Šinkūnas*, *Vladas Vitkus*.**

Su eksperimentiniu vadovėliu dirbo mokytojai: *V. Antanavičiūtė*, *R. Biekšienė*, *V. Bartkuvienė*, *V. Jankevičienė*, *R. Jonaitienė*, *A. Karmanova*, *S. Kavaliūnienė*, *R. Klasauskienė*, *N. Kriaučiūnienė*, *R. Kučiauskienė*, *A. Liegienė*, *L. Lukaitė*, *L. Papuškienė*, *L. Prialgauskienė*, *O. Simanavičienė*, *S. Staknienė*, *V. Stoškuvienė*, *A. Šverienė*, *A. Ūsienė*, *V. Viniautienė*, *A. Žiulpa*.

MATEMATIKA 8

I DALIS

TEV

VILNIUS 2002

UDK 51(075.3)
Ma615

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerijos leista naudoti 1999 06 18, grifo Nr. 265

Darbo vadovas: *Valdas Vanagas*

Redaktoriai: *Juozas Mačys, Žydrūnė Stundžienė*

Programinė įranga: *Tadeuš Šeibak, Rolandas Jakštys*

Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė*

Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Nijolė Drazdauskienė, Aldona Žalienė*

Gamybos vadovas: *Algimantas Paškevičius*

Kalbos redaktorė: *Danutė Giliasevičienė*

Konsultantai: *Marytė Stričkienė, Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV *Internet'o* svetainė: www.tev.lt

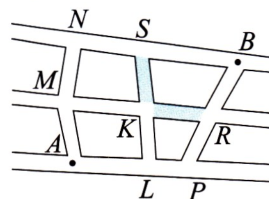
ISBN 9986–546–63–X (1 dalis)
ISBN 9986–546–64–8 (2 dalys)

TURINYS

Mąstyk ir skaičiuok

1. Trys draugai nori pasidalyti išloštus prizus: kepuraitę, kamuolį ir skėtį. Keliais būdais jie gali tai padaryti? Užrašykite visus galimus variantus.

2. Schemoje pavaizduotas gatvių tinklas. Keliais skirtingais būdais galima nuvažiuoti iš sankryžos A į sankryžą B, jei tamsiau pažymėtomis gatvėmis eismas draudžiamas (du kartus ta pačia gatvės atkarpa važiuoti negalima)? Išvardykite visus galimus maršrutus.



3. a) Keliais skirtingais būdais 3 draugės gali susėsti ant suolo viena šalia kitos?
b) Keliais skirtingais būdais 3 draugės gali susėsti ant suolo viena šalia kitos, jei Kornelija ir Regina nori sėdėti greta?

4. a) 4 draugai pasisveikino paduodami vienas kitam ranką. Kiek buvo pasisveikinimų?
b) 4 draugai pasisveikino vienas kitam sakydami „labas“. Kiek kartų buvo ištartas žodis „labas“?

5. a) Keliais būdais skaičių 18 galima išreikšti dviejų *natūraliųjų* skaičių suma, jei sumos, užrašytos tais pačiais dėmenimis, bet atvirkščia tvarka, laikomos vienodomis? Surašykite galimus variantus.
b) Keliais būdais skaičių 18 galima išreikšti dviejų *sveikųjų* skaičių sandauga, jei sandaugos, užrašytos tais pačiais dauginamaisiais, bet atvirkščia tvarka, laikomos vienodomis? Surašykite galimus variantus.

6. a) Parašykite visus dviženklius skaičius, sudarytus iš skaitmenų 1, 3, 5, 7, 9, jei skaičiuje skaitmenys kartotis negali.
b) Parašykite visus dviženklius skaičius, sudarytus iš skaitmenų 0, 2, 4, 6, 8, jei skaičiuje skaitmenys gali kartotis.

7. a) Kai kurių valstybių vėliavos yra sudarytos iš trijų lygių horizontalių juostų. Kiek skirtingų vėliavų gali būti sudaryta iš geltonos, raudonos ir žalios juostų?

?
?
?

b) Kiek skirtingų vėliavų galima sudaryti iš geltonos, žalios, raudonos ir baltos spalvos horizontalių juostų, jei vėliava sudaroma tik iš 3 skirtingų spalvų juostų, o vidurinė juosta yra balta?

?
balta
?

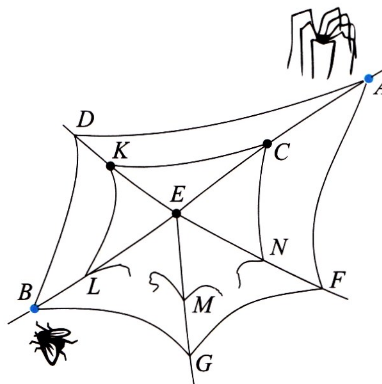
8. Uždavinių sprendimo konkurse buvo trijų sudėtingumo lygių 30 užduočių: 10 sunkių, 10 vidutinių ir 10 lengvų. Už teisingai išspręstą sunkų uždavinį skiriami 3 taškai, už vidutinį — 2 taškai, už lengvą — 1 taškas.
Kiekvienas konkurso dalyvis galėjo spręsti tik 6 pasirinktus uždavinius. Tačiau norint gauti prizą, surinktų taškų skaičius turėjo būti ne mažesnis už 15.
Užpildykite lentelę, rodančią visus galimus prizo laimėjimo variantus (vienas galimų variantų lentelėje parodytas).

Teisingai išspręstų uždavinių skaičius			Taškų skaičius
Sunkus	Vidutinis	Lengvas	
6	0	0	18

9. Saldainių dėžutė sveria 600 g, o sausainių pakelis — 250 g. Kokius galima iš jų sudaryti skirtingus rinkinius, jei rinkinio masė neturi viršyti 2 kg? Variantus surašykite lentelėje:

Saldainių dėžučių skaičius	Sausainių pakelių skaičius	Bendras svoris
3	—	1 kg 800 g
2	2	1 kg 700 g

10. Norėdamas pasiekti musę, voras iš taško A ropoja į tašką B po vieną kartą iš eilės praropodamas taškus C, K ir E (tuo pačiu keliu voras gali ropoti tik vieną kartą). Parašykite kelis voro maršrutus. Kiek iš viso yra skirtingų kelių vorui pasiekti musę?



Skaičiuok ir taupyk

Dažnai girdime žodžius „biudžetas“, „balansas“, „santaupos“. Ką jie reiškia? *Biudžetas* (angliškai *budget*, prancūziškai *bougette* — krepšelis) — tai asmens, šeimos, įmonės arba valstybės tam tikro laikotarpio pajamų ir išlaidų paskirstymas. Biudžetas padeda numatyti pajamų šaltinius, planuoti išlaidas, taupyti. Biudžetas yra *subalansuotas*, kai pajamos yra lygios išlaidoms. Jei išlaidos viršija pajamas, tai turime *deficitinį*, o jei pajamos viršija išlaidas — *perteklinį* biudžetą.

Užduotis. Panagrinėkite Jonaičių šeimos (3 asmenys) vieno mėnesio biudžetą ir atsakykite į klausimus.

MĖNESIO BIUDŽETAS (litais)			
Numatomos pajamos		Numatomos išlaidos	
Atlyginimas (į rankas)	2680	Pastoviosios išlaidos:	
Palūkanos	100	Būstas	360
Honorarai	0	Transportas	130
Kitos	200	Maistas	900
Iš viso:	2980	Mokymosi reikmenys	160
		Kitos	200
		(1) Iš viso:	1750
		Kintamosios išlaidos:	
		Drabužiai ir avalynė	300
		Saldumynai	150
		Kinas, pramogos	200
		Draudimo mokesčiai	100
		Medicinos paslaugos	60
		Kitos	120
		(2) Iš viso:	930
		Išlaidos (1) + (2)	2680
Planuojamos santaupos	300	Išlaidos ir planuojamos santaupos	2980

1. Išvardykite numatomų pajamų šaltinius. Kas gali sudaryti, jūsų manymu, kitas pajamas?
2. Kas sudaro numatomas pastoviąsias išlaidas? Kintamąsias išlaidas?
3. Pasakykite, kiek Jonaičių šeima planuoja sutaupyti šį mėnesį.
4. Ar Jonaičių šeima turi indėlių banke?

5. Išsiaiškinkite, ar 2680 Lt darbo užmokesčio yra priskaičiuojama, ar išmokama suma.
6. Koks yra Jonaičių šeimos mėnesio biudžetas (subalansuotas, deficitinis ar perteklinis)?

Pratimai ir uždaviniai

11. *Praktinė užduotis.* Padedami tėvelių ir remdamiesi Jonaičių šeimos biudžeto pavyzdžiu, sudarykite Jūsų šeimos mėnesio biudžetą.

12. *Praktinė užduotis.* Susidarykite asmeninį savaitės biudžetą.

13. Išnagrinėkite šeimos mėnesio biudžetą ir atlikite užduotis.

MĖNESIO BIUDŽETAS (litais)			
Numatomos pajamos		Numatomos išlaidos	
Atlyginimas (į rankas)	1520	Pastoviosios išlaidos:	
Palūkanos	85	Būstas	240
Honorarai	50	Transportas	95
Smulkus namudinis verslas	230	Maistas	800
Kitos	200	Mokymosi reikmenys	100
Iš viso:	...	Kitos	100
		(1) Iš viso:	1335
		Kintamosios išlaidos:	
		Drabužiai ir avalynė	300
		Pramogos, laikraščiai	120
		Saldumynai	50
		Draudimas	20
		Medicinos paslaugos	50
		Kitos	90
		(2) Iš viso:	630
		Išlaidos (1) + (2)	1965
Planuojamos santaupos	170	Išlaidos ir planuojamos santaupos	...

Apskaičiuokite:
a) numatomų pajamų sumą;
b) numatomų išlaidų ir planuojamų santaupų sumą.
Subalansuotas, deficitinis ar perteklinis šis šeimos biudžetas?

14. Banke per metus 12 000 Lt indėlis išaugo iki 12 840 Lt. Kokia banko metinių palūkanų norma?

15. Kiek pinigų reikia padėti į banką, norint gauti 1000 Lt palūkanų per metus, jei metinių palūkanų norma yra 6%?

16. Terminuotasis 8500 Lt indėlis metams padėtas į banką su 7% metinių palūkanų norma ir 2000 Lt indėlis iki pareikalavimo — su 4% metinių palūkanų norma. Kiek palūkanų bus gauta po metų:

a) už terminuotąjį indėlį?

b) už indėlį iki pareikalavimo?

17. Pernai mieste gyveno 60 000 gyventojų. Per metus gyventojų skaičius padidėjo 9‰. Kiek padidėjo gyventojų skaičius?

18. Rimgaudas ir Daumantas norėjo nusipirkti ledų. Daumantui porcijai ledų trūko 1 Lt 20 ct, o Rimgaudui — tik 2 ct. Bet ir kartu sudėjus pinigus, draugams pinigų neužteko net vienai porcijai ledų. Kiek kainuoja porcija ledų?



Ne visa auksas, kas auksu žiba ...

Taurieji metalai — auksas, platina, sidabras, paladis dažniausiai naudojami papuošalų, monetų ir pan. gamybai. Jie beveik nesutinkami grynu pavidalu, o tik lydiniuose. Taurieji metalai sudaro tik tam tikrą jų dalį. Tą dalį nusako lydinio *praba* (lotyniškai *probo* — bandau). Praba dažniausiai reiškiama promilėmis (tūkstantosiomis dalimis). Gryną auksą atitinka praba 1000.
Pavyzdžiui, 585-tosios prabos auksiniame žiede gryno aukso yra $\frac{585}{1000}$ dalys. Juvelyriniai dirbiniai dažnai gaminami iš aukštesnės prabos 958, 916, 900, 750 ir 585 prabos aukso lydinių.

Kartais aukso dalis lydinyje nusakoma *karatais* (ct). Gryną auksą atitinka 24 ct. Lydinys, kurio $\frac{1}{24}$ dalį sudaro grynas auksas, yra 1 karato. Pavyzdžiui, 23 karatų aukso lydinio praba yra maždaug 958.

UŽDAVINYS. 585-tosios prabos auksinio žiedo masė yra 6 g.
a) Raskite gryno aukso kiekį žiede.
b) Kelių karatų yra šio žiedo auksas?
Sprendimas.
a) *I būdas.* Viename auksinio žiedo grame yra $\frac{585}{1000}$ gramų gryno aukso. Žiede gryno aukso yra šešis kartus daugiau: $6 \cdot \frac{585}{1000} = 3{,}51$ (g).
II būdas.

$$\begin{aligned} 6\ \text{g} &— 1000‰,\\ x\ \text{g} &— 585‰ \end{aligned} \longrightarrow \frac{6}{1000} = \frac{x}{585} \longrightarrow x = \frac{6 \cdot 585}{1000} = 3{,}51\ (\text{g}).$$

b) *I būdas.* 6 gramų masės žiede yra 3,51 gramų aukso. Vadinasi, aukso dalis žiede yra $\frac{3{,}51}{6}$. Padauginę trupmenos skaitiklį ir vardiklį iš 4 sužinome, kiek 24-ųjų dalių (t. y. karatų) yra žiede:

$$\frac{3{,}51 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{14{,}04}{24}.$$

Vadinasi, žiedas yra 14,04 karatų.
II būdas.

$$\begin{aligned} 24\ \text{ct} &— 1000\ \text{praba},\\ x\ \text{ct} &— 585\ \text{praba} \end{aligned} \longrightarrow \frac{24}{1000} = \frac{x}{585} \longrightarrow x = \frac{585 \cdot 24}{1000} = 14{,}04\ (\text{ct}).$$

Pratimai ir uždaviniai

19. a) Auksinio žiedo praba 585. Kiek gramų gryno aukso yra žiede, jei jo masė 8 g?
b) Sidabrinės apyrankės masė 25 g. Kiek gramų gryno sidabro yra apyrankėje, jeigu jos praba 875?

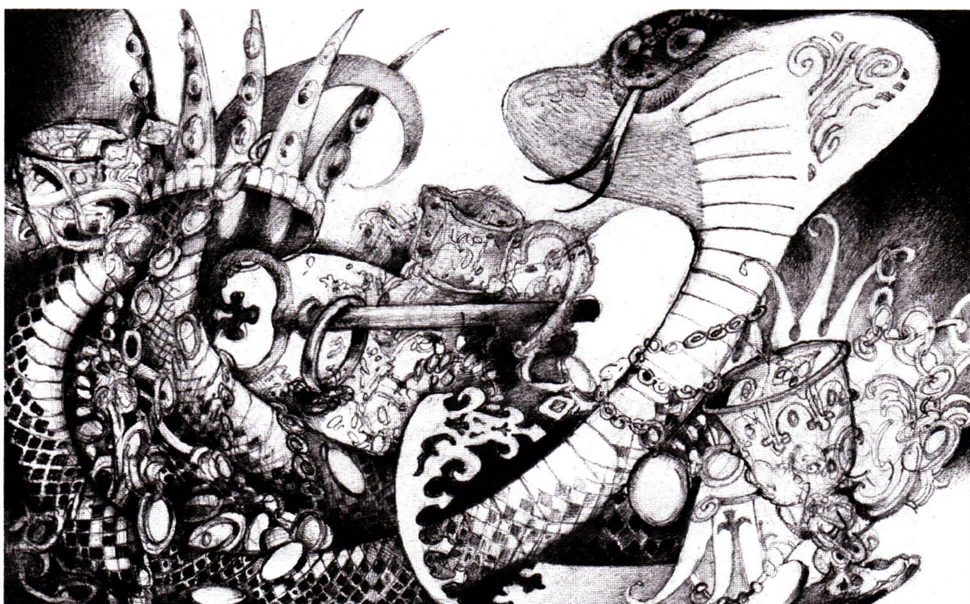
20. a) Auskaro masė 4 g, o jame yra 3,664 g gryno aukso. Kokia auskaro praba?
b) Grandinėlės masė 12 g, joje yra 10,5 g gryno sidabro. Kokia grandinėlės praba?

21. Auksinio lydinio masė 5 g. Gryno aukso ir priedų santykis lydinyje yra 9 : 1.
a) Kokia yra lydinio praba?
b) Kiek gramų gryno aukso yra lydinyje?

22. Sidabrinės taurės masė 1,5 kg. Gryno sidabro ir priedų santykis 4 : 1.
a) Kokia yra taurės praba?
b) Kiek gramų gryno sidabro yra lydinyje, iš kurio pagaminta taurė?

23. a) Kokios prabos yra aukso lydiniai, kurie yra 18 ct; 14 ct; 20 ct; 12 ct?
b) Kiek karatų turi aukso lydiniai, kurių praba 980; 855; 750; 900?

24. Kiek gramų gryno aukso yra auksinėje segėje, kurios masė 18 g, jeigu lydinys, iš kurio pagaminta segė, yra:
a) 20 karatų; b) 18 karatų; c) 14 karatų; d) 23 karatų?



1 LAIPSNIS



1 Laipsnis su natūraliuoju rodikliu

Prisiminkime, kaip keliame natūraliuoju laipsniu, pavyzdžiui:

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64;$$
$$(-0{,}2)^4 = -0{,}2 \cdot (-0{,}2) \cdot (-0{,}2) \cdot (-0{,}2) = 0{,}0016;$$
$$\left(-1\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{5}{3}\right)^3 = -\frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{125}{27} = -4\frac{17}{27}.$$

Sandauga n dauginamųjų, kurių kiekvienas lygus a, žymima a^n ir vadinama skaičiaus a n-tuoju laipsniu. Skaičiaus a pirmuoju laipsniu vadinamas pats skaičius a.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ dauginamųjų}} = a^n, \quad a^1 = a.$$

a^n — laipsnis
a — laipsnio pagrindas
n — laipsnio rodiklis

Apskaičiuojant skaitinių reiškinių reikšmes, pirmiausia keliama laipsniu, o po to atliekami kiti veiksmai, pavyzdžiui:

$$3 \cdot 10^2 = 3 \cdot 100 = 300;$$
$$(-5)^2 - 3^4 = 25 - 81 = -56;$$
$$-1^2 - \frac{2^2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} = -1 - \frac{1}{3} = -1\frac{1}{3}.$$

Jei reiškinyje yra skliaustų, pirmiausia atliekami veiksmai skliaustuose, pavyzdžiui:

$$(3{,}2 - 2{,}9)^4 = 0{,}3^4 = 0{,}0081;$$
$$(2{,}09 - 0{,}3^2)^3 = (2{,}09 - 0{,}09)^3 = 2^3 = 8;$$
$$1 - 5^2 \cdot \left(3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{3}\right) = 1 - 5^2 \cdot 2 = 1 - 25 \cdot 2 = 1 - 50 = -49.$$

Apskaičiuoti laipsnių ir skaitinių reiškinių su laipsniais reikšmes patogu naudojantis skaičiuokliu. Pavyzdžiui, norint rasti 4^6, galima skaičiuoti pagal schemą:

4 [×] 4 [×] 4 [×] 4 [×] 4 [×] 4 [=] 4096

Tačiau galima skaičiuoti nekartojant pagrindo: pakanka įvesti 4, vieną kartą paspausti [×] ir *penkis* kartus [=]

4 [×] [=] [=] [=] [=] [=] 4096

Reiškinio $3,4^3 : 1,7$ reikšmę skaičiuokliu galima apskaičiuoti taip:

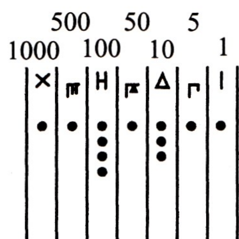
3,4 [×] [=] [=] [:] 1,7 [=] 23,12

Reiškinio $(42,5 - 4,6)^2 - 8,3^3$ reikšmę apskaičiuokime, naudodamiesi atmintimi:

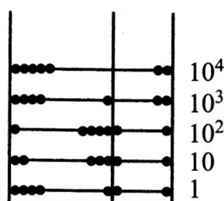
8,3 [×] [=] [=] [M+] 42,5 [−] 4,6 [=] [×] [=] [−] [MR] [=] 864,623

[MR] — atminties iškvietimo klavišas (angliškai *memory recall*).

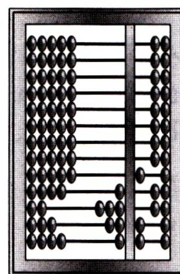
Abakas — vienas pirmųjų skaičiavimus palengvinančių prietaisų pasaulyje, naudotas jau senovės Kinijoje ir Japonijoje nuo VI–VII a. (ir dar tebevartojamas Tolimuosiuose Rytuose). Senovėje tai buvo paprasčiausia stačiakampė lentelė, subraižyta tiesiomis linijomis. Juosta tarp linijų atitiko skaičių grupes: vienetus, penketus, dešimtis, penkias dešimtis, šimtus ir t. t. Į tas juostas dedant akmenukus arba skridinėlius buvo galima pavaizduoti skaičius ir atlikti paprasčiausius skaičiavimus. Vėliau abakai pasidarė panašesni į skaitytuvus (pastaruosius dar prieš dešimtmetį matydavome mūsų parduotuvėse). Šiuolaikinio abako lentos (c) dešinėje pusėje esantys skridinėliai reiškia penketus, t. y. vienas dešinysis skridinėlis lygus penkiems kairiesiems. Virbai, žiūrint nuo apačios, atitinka skaičių klases: pats apatinis – vienetus, antras nuo apačios – dešimtis, trečias – šimtus ir t. t. Brėžinyje matote skaičių 1986, atidėtą senoviniame graikų (a) ir šiuolaikiniame kinų (b) abake. O dabar pasakykite, koks skaičius atidėtas abako piešinyje (c).



a)



b)


c)

Pratimai ir uždaviniai

25. Pakelkite laipsniu:

a) $0{,}3^2$; b) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; c) $\left(-\frac{1}{6}\right)^3$; d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$; e) $(-2{,}5)^2$; f) $\left(2\frac{1}{3}\right)^3$.

26. Pasakykite, kam lygu:

a) 16^1; b) 1^{16}; c) $(-1)^5$; d) $(-1)^{100}$; e) $(-1)^{101}$; f) 0^4.

27. Apskaičiuokite:

a) 2^2 b) -2^2 c) $(-2)^2$ d) $0,1^3$ e) $-0,1^3$
f) $(-0,1)^3$ g) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ h) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ i) $-\left(\frac{2}{3}\right)^2$ j) $\frac{2^3}{3}$

28. Apskaičiuokite reiškinių reikšmes:

a) $2^2 + 2^3$ b) $(-3)^2 - 2^3$ c) $-4^2 + 5^3$ d) $-\left(1\frac{2}{3}\right)^2 - 2$
e) $-2 \cdot 3^2$ f) $1{,}3^2 : 10$ g) $1\frac{1}{3} : \left(\frac{1}{3}\right)^3$ h) $0,1^2 \cdot 0{,}2^2$

29. Naudodamiesi 175 puslapyje esančiomis natūraliųjų skaičių nuo 1 iki 10 kvadratų ir kubų bei skaičių 2, 3 ir 5 laipsnių lentelėmis, apskaičiuokite:

a) $9^2 + 7^3$ b) $8^3 - 2^8$ c) $3^7 - 9^3$ d) $5 \cdot 6^3$
e) $-2^6 : 64$ f) $3 \cdot 2^5 - 3^5$ g) $(-5)^3 \cdot 2^3 + 100$ h) $\left(3^5 - 7^3\right) : (-4)$

30. Skaičiuokliu apskaičiuokite laipsnius ir suapvalinkite atsakymus iki šimtųjų:



a) $3,12^3$; b) $0{,}73^4$; c) $1{,}85^5$; d) $2{,}04^6$; e) $1,1^4$.

31. Skaičiuokliu apskaičiuokite reiškinių reikšmes ir suapvalinkite atsakymus iki dešimtųjų:



a) $2{,}08^3 : 1{,}56$ b) $1{,}6^4 \cdot 8{,}3$ c) $0{,}46^3 \cdot 8{,}2$
d) $(1{,}27 + 6{,}32)^3$ e) $0{,}01 \cdot (-4{,}5)^4$ f) $2{,}06^5 - 33{,}12 : 10^4$

32. Apskaičiuokite:

a) $6x^3$, kai $x = -2;\ -1;\ 0;\ 0{,}2$;
b) $100 - y^2$, kai $y = -15;\ -1;\ 1;\ 15;\ 25$.

33. Nustatykite, koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas kvadratėlio vietoje:

a) $0{,}9^2$ ■ $(-0{,}9)^2$ b) $(-0{,}2)^3$ ■ $(-0{,}3)^3$
c) $7 \cdot 5^2$ ■ $(7 \cdot 5)^2$ d) $-5 \cdot 4^3$ ■ $-5 \cdot (-4)^3$

34. Atsakymus į klausimus parašykite reiškiniu su laipsniu ir, jei įmanoma, apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

a) Mėgintuvėlyje yra 500 bakterijų. Bakterijų kiekis mėgintuvėlyje per valandą padidėja dvigubai. Kiek jų bus mėgintuvėlyje po 1 valandos? 2 valandų? 3 valandų? n valandų?

b) Paukščių populiacija kasmet padidėja 1,5 karto. Kiek bus paukščių po 3 metų, jei dabar jų yra 1000?

35. Pasakykite, koks skaičius turėtų būti parašytas žvaigždutės vietoje:

a) $(*)^2 = 9$ b) $(*)^2 = 1$ c) $(*)^2 = 10\,000$

d) $(*)^3 = 8$ e) $(*)^3 = -8$ f) $(*)^3 = -1\,000\,000$

g) $2^* = 32$ h) $(-3)^* = -27$ i) $100^* = 1\underbrace{0......0}_{100 \text{ nulių}}$

j) $5^* = 5$ k) $(-5)^* = -5$

36. Skaičių parašykite laipsniu, kurio rodiklis lygus 2:

a) $2\frac{1}{4}$; b) $1\frac{24}{25}$; c) $13\frac{4}{9}$; d) $3\frac{22}{49}$.

Pavyzdys. $20\frac{1}{4} = \frac{81}{4} = \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \left(4\frac{1}{2}\right)^2.$

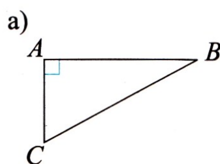
37. Medinio kubelio tūris lygus 64 cm^3.

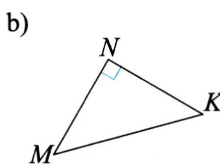
a) Kam lygi kubelio kraštinė?

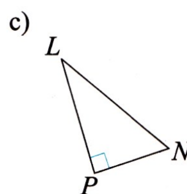
b) Kiek kubinių centimetrų padidės kubelio tūris, kraštinę padidinus 1 cm?

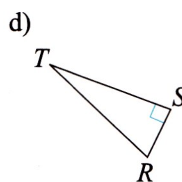
c) Keliais centimetrais reikėtų padidinti kubelio kraštinę, kad jo tūris būtų 64 m^3?

38. Išvardykite statinius ir įžambinę:

a)


b)


c)


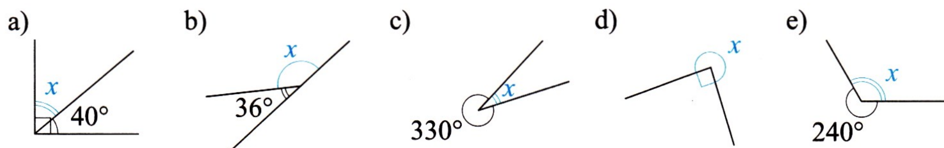
d)


39. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę:

a) $1\frac{3}{8} + 45 : 3\frac{6}{13} - 23{,}6$ b) $\sqrt{0{,}25} - \sqrt{25}$

c) $17{,}8 - 37 : 2\frac{3}{17} - 1\frac{2}{7}$ d) $\sqrt{1{,}44} - \sqrt{121}$

40. Raskite nežinomus kampus:



41. Vienoje dėžėje uogienės stiklainių buvo tris kartus daugiau negu kitoje. Kai iš pirmosios dėžės 17 stiklainių buvo perdėta į antrąją dėžę, abiejose dėžėse jų pasidarė po lygiai. Kiek stiklainių uogienės buvo kiekvienoje dėžėje iš pradžių?

42. Kaina buvo sumažinta 25%, ir dabar prekė kainuoja 150 Lt. Kiek prekė kainavo iki kainos sumažinimo?

43. Išspręskite lygtis:

a) $3x = -3$ b) $\frac{1}{4}x = 1$ c) $-1000x = 0$

d) $\frac{x}{-5} = 1$ e) $\frac{-x}{5} = -1$ f) $0{,}1x - 3 = 3$

44. Motorinė valtis 90 km pasroviui nuplaukė per 6 h, o atgal grįžo per 10 h. Koks upės tėkmės greitis? Nurodykite teisingą atsakymą.

A 6 km/h **B** 3 km/h **C** 2 km/h **D** 12 km/h **E** 4 km/h

45. Stačiakampyje yra 9 skaičiai ir 6 matematiniai ženklai.

5	⊜	8	⊕	2
4	6	⊗	4	3
16	⊕	10	⊜	⧀

Panaudojant visus skaičius ir visus ženklus galima sudaryti tris teisingus teiginius, pavyzdžiui:

$3 + 5 = 8$; $4 \times 4 = 16$; $2 + 6 < 10$.

Parašykite dar tris tokius teisingų teiginių trejetus.

2 Laipsnių su vienodais pagrindais daugyba ir dalyba

Panagrinėkime dviejų laipsnių su vienodais pagrindais sandaugą. Pavyzdžiui, raskime sandaugą laipsnių 5^2 ir 5^4:

$$5^2 \cdot 5^4 = (\underbrace{5 \cdot 5}_{2}) \cdot (\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{4}) = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{6} = 5^6.$$

Vadinasi,

$$5^2 \cdot 5^4 = 5^{2+4}.$$

Matome, kad dauginant 5^2 iš 5^4 gauname laipsnį, kurio pagrindas 5, o laipsnio rodiklis lygus 2 ir 4 sumai. Šią taisyklę galima taikyti dauginant bet kuriuos laipsnius su vienodais pagrindais.
Iš tikrųjų,

$$a^m \cdot a^n = (\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ dauginamųjų}}) \cdot (\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ dauginamųjų}}) = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{(m+n) \text{ dauginamųjų}} = a^{m+n}.$$

$$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \in \boldsymbol{N})}$$


Analogiškai įsitikinkite, kad $a^m \cdot a^n \cdot a^k = a^{m+n+k}$ $(m, n, k \in \boldsymbol{N})$.

Dauginant laipsnius su vienodais pagrindais, pagrindas paliekamas tas pats, o laipsnių rodikliai sudedami.

Pavyzdžiui:

$$3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7; \qquad (-2)^3 \cdot (-2)^4 = (-2)^{3+4} = (-2)^7;$$

$$c^4 \cdot c^{10} = c^{4+10} = c^{14}; \qquad 10 \cdot 10^2 \cdot 10^5 = 10^{1+2+5} = 10^8.$$

Taisyklę galima taikyti ir atbulai, pavyzdžiui:

$$5^4 = 5 \cdot 5^3 = 5^2 \cdot 5^2;$$

$$a^6 = a \cdot a^5 = a^2 \cdot a^4 = a^3 \cdot a^3.$$

Panagrinėkime dviejų laipsnių su vienodais pagrindais dalmenį. Pavyzdžiui, raskime dalmenį laipsnių 3^6 ir 3^4:

$$3^6 : 3^4 = (\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{6}) : (\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4}) = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \underbrace{3 \cdot 3}_{2} = 3^2.$$

Vadinasi,

$$3^6 : 3^4 = 3^{6-4}.$$

Matome, kad dalijant 3^6 iš 3^4 gauname laipsnį, kurio pagrindas 3, o laipsnio rodiklis lygus 6 ir 4 skirtumui. Šią taisyklę galima taikyti, dalijant bet kuriuos laipsnius su vienodais (nelygiais nuliui) pagrindais, kai dalinio rodiklis didesnis už daliklio rodiklį.

Iš tikrųjų,

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{m \text{ dauginamųjų}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ dauginamųjų}}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{(m-n) \text{ dauginamųjų}} = a^{m-n}.$$

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0;\ m, n \in \boldsymbol{N};\ m > n)$$

Dalijant laipsnius su vienodais (nelygiais nuliui) pagrindais, pagrindas paliekamas tas pats, o iš dalinio rodiklio atimamas daliklio rodiklis.

Pavyzdžiui:

$$0{,}5^8 : 0{,}5^5 = 0{,}5^{8-5} = 0{,}5^3; \qquad a^{10} : a^8 = a^{10-8} = a^2;$$

$$\frac{7^8}{7^6} = 7^{8-6} = 7^2; \qquad \frac{c^9}{c} = c^{9-1} = c^8.$$

Taisyklę galima taikyti ir atbulai, pavyzdžiui:

$$5^4 = 5^6 : 5^2 = 5^{10} : 5^6 = \ldots;$$

$$a^3 = a^{15} : a^{12} = \frac{a^4}{a} = \ldots$$

Kol kas taisyklę $a^m : a^n = a^{m-n}$ taikėme, kai $m > n$. Jei taikytume ją tuo atveju, kai $m = n$, gautume:

$$a^n : a^n = a^{n-n} = a^0.$$

Kadangi $a^n : a^n = \frac{a^n}{a^n} = 1$ $(a \neq 0)$, tai patogu susitarti, kad

$$\boxed{a^0 = 1 \quad (a \neq 0)}$$

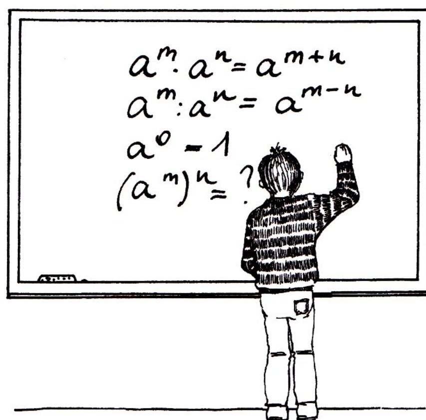
Kiekvieno skaičiaus, nelygaus nuliui, nulinis laipsnis lygus vienetui.

Pavyzdžiui:

$$4^0 = 1; \qquad (-3{,}2)^0 = 1; \qquad \left(\frac{1}{7}\right)^0 = 1.$$

Reiškinys 0^0 neturi prasmės.

Taip susitarus, taisyklę $a^m : a^n = a^{m-n}$ galima taikyti, kai $m \geqslant n$.



Pratimai ir uždaviniai

46. Sandaugą išreikškite laipsniu:

a) $2^6 \cdot 2^5$ b) $7^4 \cdot 7$ c) $(-5)^8 \cdot (-5)^3$ d) $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^4$
e) $a^6 \cdot a^3$ f) $b^5 \cdot b^9$ g) $(-c)^{11} \cdot (-c)$ h) $d \cdot d^4 \cdot d^{12}$

47. Reiškinį išreikškite laipsniu, naudodamiesi 175 p. esančiomis lentelėmis:

a) $2^5 \cdot 4$ b) $2^3 \cdot 64$ c) $2^6 \cdot 512$ d) $128 \cdot 2^3$
e) $27 \cdot 3^5$ f) $3^2 \cdot 81$ g) $9^0 \cdot 243$ h) $729 \cdot 81$
i) $5^3 \cdot 25 \cdot 5$ j) $4^7 \cdot 64 \cdot 4^0$ k) $2^0 \cdot 32 \cdot 2$ l) $36 \cdot 6^2 \cdot 6^3$

48. Išreikškite laipsnį dviejų laipsnių sandauga trimis būdais:

a) 2^5; b) 3^7; c) a^{18}; d) x^{20}.

Pavyzdys. $4^6 = 4^3 \cdot 4^3 = 4^2 \cdot 4^4 = 4 \cdot 4^5$.

---

49. Dalmenį išreikškite laipsniu:

a) $2^4 : 2^3$ b) $3^8 : 3^5$ c) $0{,}5^9 : 0{,}5^5$ d) $(-1{,}2)^{10} : (-1{,}2)^7$
e) $x^9 : x^2$ f) $p^{18} : p$ g) $z^{16} : z^{12}$ h) $(-y)^{11} : (-y)^7$

50. Apskaičiuokite reiškinių reikšmes:

a) $5^7 : 5^4$ b) $0{,}4^5 : 0{,}4^2$ c) $14{,}1^6 : 14{,}1^5$
d) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^3$ e) $\left(-\frac{1}{3}\right)^7 : \left(-\frac{1}{3}\right)^4$ f) $\left(1\frac{1}{2}\right)^4 : 1\frac{1}{2}$
g) $\frac{6^6}{6^4}$ h) $\frac{0{,}1^6}{0{,}1^4}$ i) $\frac{(-0{,}2)^{11}}{(-0{,}2)^8}$

51. Apskaičiuokite:

a) $7^4 \cdot 7^3 : 7^6$ b) $11^8 : 11^7 \cdot 11$ c) $10^{12} \cdot 10^4 : 10^8$
d) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)$ e) $\left(2\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \left(2\frac{2}{3}\right)^2 : \left(2\frac{2}{3}\right)^9$ f) $\left(\frac{2}{5}\right)^6 : \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^0$

Pavyzdys. $3^5 \cdot 3^2 : 3^6 = 3^{5+2-6} = 3^1 = 3$.

---

52. Remdamiesi lygybe $2^{10} = 1024$, apskaičiuokite: a) 2^{11}; b) 2^9.

53. Suprastinę reiškinius, skaičiuokliu apskaičiuokite jų reikšmes, o atsakymus suapvalinkite iki dešimtųjų:



a) $3{,}5^3 \cdot 3{,}5^2$; b) $7{,}2^8 : 7{,}2^5$; c) $2{,}56^6 \cdot 2{,}56^4 : 2{,}56^7$.

54. Apskaičiuokite:

a) $2^1 \cdot 2^4 + 3^3 \cdot 3^2$; b) $5 \cdot 2^4 + 10 \cdot 3^3$; c) $0{,}9 \cdot 4^2 - 8{,}1 : 3^2$.

55. Apskaičiuokite:

a) $2\sqrt{81}$; b) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{100}$; c) $\sqrt{0{,}64} \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)$; d) $10\sqrt{0{,}0144}$.

56. Suprastinkite reiškinius:

a) $-\frac{3}{4}x \cdot (-6{,}4)$ b) $\frac{5}{9} \cdot (-0{,}81x)$ c) $-\frac{1}{7} \cdot \left(-\frac{5}{36}\right) \cdot 42x$

d) $-0{,}27 \cdot 3\frac{1}{3}z$ e) $0{,}01y \cdot \left(-6\frac{2}{3}\right)$ f) $6\frac{2}{3}x \cdot 0{,}3y \cdot (-0{,}01)$

Pavyzdys. $\frac{1}{3} \cdot (-12{,}3z) = -\frac{12{,}3}{3}z = -4{,}1z.$

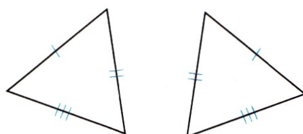
---

57. Išspręskite lygtis:

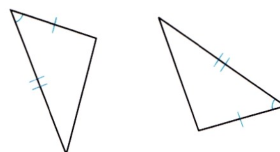
a) $0{,}6(x - 3) - 0{,}5(x - 1) = 1{,}5$; b) $0{,}8(y - 2) - 0{,}7(y - 1) = 2{,}7$.

58. Brėžinyje pavaizduotų trikampių porų atitinkamai lygios kraštinės pažymėtos vienu, dviem ar trimis brūkšneliais, o atitinkamai lygūs kampai pažymėti vienu, dviem ar trimis lankeliais. Kuriose porose trikampiai lygūs?

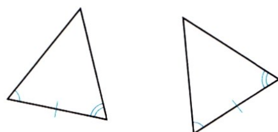
A



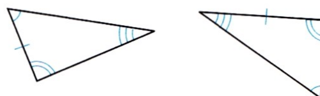
B



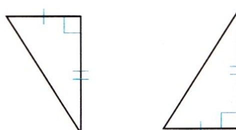
C



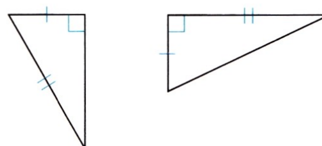
D



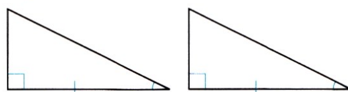
E



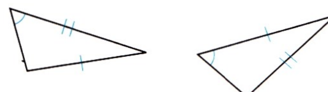
F



G



H



59. Kai žinomas kūno tūris V ir tankis ρ, jo masė m randama pagal formulę $m \doteq \rho \cdot V$.

a) Apskaičiuokite kamščio masę, jei jo tūris lygus 8 cm^3. (Kamščio tankis yra 0,18 g/cm^3.)

b) Kokia yra keturių stačiakampių padėkliukų, padarytų iš kamščio, komplekto masė, jei vieno padėkliuko ilgis yra 40 cm, plotis — 25 cm, o storis — 0,5 cm?

60. Parašykite visus keturženklius $\overline{711*}$ pavidalo skaičius (t. y. jų pirmieji skaitmenys yra 7, 1, 1), kurie dalijasi iš:

a) 5; b) 9; c) 5 ir 9.

61. Iš 8 kg bulvių gaunama 1,4 kg krakmolo. Kiek krakmolo galima gauti iš 28 kg bulvių?

62. Kam lygus skaičius, jeigu jo 20% sudaro 4,5?

A 0,9 **B** 2,5 **C** 9 **D** 22,5 **E** 18

63. Vienas darbininkas per 4 valandas pagamina 3 gaminius, o kitas 4 tokius pat gaminius — per 5 valandas. Kuris darbininkas dirba sparčiau?

64. Nustatykite dėsningumą, kaip sudaroma skaičių eilutė, ir užrašykite dar du jos narius:

a) 1, 5, 9, 13, 17, ... b) 1, 5, 25, 125, 625, ...
c) 1, 5, 8, 12, 15, ... d) 1, 5, 11, 19, 29, ...

65. Šeimos mėnesio pajamos — 2430 litų.
Šeimos mėnesio išlaidos: 1200 Lt — maistas
450 Lt — drabužiai
310 Lt — mokestis už butą
200 Lt — kitos išlaidos

Iš viso: 2160 Lt

Kam lygios šeimos mėnesio santaupos?
Stulpeline diagrama pavaizduokite pajamų panaudojimą.

3 Sandaugos, trupmenos ir laipsnio kėlimas natūraliuoju laipsniu

Panagrinėkime dviejų narių sandaugos kėlimą natūraliuoju laipsniu. Pavyzdžiui, kelkime ketvirtuoju laipsniu sandaugą $2 \cdot 3$:

$$(2\cdot 3)^4 = \underbrace{(2\cdot 3)\cdot(2\cdot 3)\cdot(2\cdot 3)\cdot(2\cdot 3)}_{\text{4 dauginamieji}} = (\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}_{4})\cdot(\underbrace{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}_{4}) = 2^4\cdot 3^4.$$

Vadinasi,

$$(2\cdot 3)^4 = 2^4\cdot 3^4.$$

Matome, kad keliant sandaugą $2\cdot 3$ ketvirtuoju laipsniu, tuo laipsniu keliami abu dauginamieji, o rezultatai sudauginami. Šią taisyklę galima taikyti sandaugą keliant bet kuriuo natūraliuoju laipsniu.
Iš tikrųjų,

$$(a\cdot b)^n = \underbrace{(a\cdot b)\cdot\ldots\cdot(a\cdot b)}_{n \text{ dauginamųjų}} = (\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n \text{ dauginamųjų}})\cdot(\underbrace{b\cdot b\cdot\ldots\cdot b}_{n \text{ dauginamųjų}}) = a^n\cdot b^n.$$

$$\boxed{(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n \quad (n\in \mathbf{N})}$$

? Analogiškai įsitikinkite, kad $(abc)^n = a^n\cdot b^n\cdot c^n$ $(n\in \mathbf{N})$.

Keliant sandaugą natūraliuoju laipsniu, kiekvienas dauginamasis keliamas tuo laipsniu, o gauti rezultatai sudauginami.

Pavyzdžiui:

$$(2\cdot 10)^5 = 2^5\cdot 10^5; \qquad (-3xy)^3 = (-3)^3\cdot x^3\cdot y^3 = -27x^3y^3.$$

Taisyklė taikoma ir atbulai, pavyzdžiui:

$$9^4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \left(9\cdot\frac{1}{3}\right)^4 = 3^4 = 81;$$

$$4^3\cdot 25^3 = (4\cdot 25)^3 = 100^3 = 1\,000\,000.$$

Panagrinėkime trupmenos kėlimą natūraliuoju laipsniu.
Pavyzdžiui, kelkime kvadratu trupmeną $\frac{3}{4}$:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 4} = \frac{3^2}{4^2}.$$

Vadinasi,

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}.$$

Matome, kad keliant trupmeną $\frac{3}{4}$ antruoju laipsniu, tuo laipsniu keliamas ir skaitiklis, ir vardiklis.
Šią taisyklę galima taikyti trupmeną keliant bet kuriuo natūraliuoju laipsniu.
Iš tikrųjų,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \ldots \cdot \left(\frac{a}{b}\right)}_{n \text{ dauginamųjų}} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n \text{ dauginamųjų}}}{\underbrace{b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{n \text{ dauginamųjų}}} = \frac{a^n}{b^n}.$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0,\ n \in \boldsymbol{N})$$

Keliant trupmeną natūraliuoju laipsniu, tiek skaitiklis, tiek vardiklis keliami tuo laipsniu.

Pavyzdžiui:

$$\left(-\frac{7}{9}\right)^3 = -\left(\frac{7}{9}\right)^3 = -\frac{7^3}{9^3} = -\frac{343}{729};$$

$$\left(\frac{a}{3b}\right)^4 = \frac{a^4}{(3b)^4} = \frac{a^4}{3^4 b^4} = \frac{a^4}{81b^4}.$$

Taisyklė taikoma ir atbulai, pavyzdžiui,

$$\frac{3^4}{9^4} = \left(\frac{3}{9}\right)^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}.$$

Panagrinėkime laipsnio kėlimą natūraliuoju laipsniu.
Pavyzdžiui, kelkime laipsnį 3^2 penktuoju laipsniu:

$$(3^2)^5 = \underbrace{3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2}_{\text{5 dauginamieji}} = 3^{\overbrace{2+2+2+2+2}^{\text{5 dėmenys}}} = 3^{2\cdot 5} = 3^{10}.$$

Vadinasi,

$$(3^2)^5 = 3^{2\cdot 5}.$$

Matome, kad keliant laipsnį 3^2 penktuoju laipsniu, laipsnių rodikliai 2 ir 5 sudauginami.
Šią taisyklę galima taikyti laipsnį keliant bet kuriuo natūraliuoju laipsniu.
Iš tikrųjų,

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m}_{n \text{ dauginamųjų}} = a^{\overbrace{m+m+\cdots+m}^{n \text{ dėmenų}}} = a^{m\cdot n}.$$

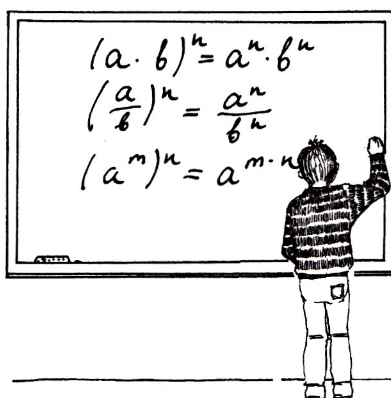
$$\boxed{(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \in \boldsymbol{N})}$$

Keliant laipsnį natūraliuoju laipsniu, laipsnio pagrindas lieka tas pats, o rodikliai sudauginami.

Pavyzdžiui:

$(1{,}9^2)^3 = 1{,}9^{2\cdot 3} = 1{,}9^6$; $\quad ((-8)^2)^4 = (-8)^{2\cdot 4} = (-8)^8 = 8^8$;

$(3a^2b^3)^4 = 3^4 \cdot a^{2\cdot 4} \cdot b^{3\cdot 4} = 3^4 \cdot a^8 \cdot b^{12} = 81a^8b^{12}$.



Pratimai ir uždaviniai

66. Pakelkite laipsniu:

a) $(ab)^7$ b) $(xyz)^4$ c) $(2x)^5$ d) $(-3a)^2$
e) $(0{,}3x)^3$ f) $(-10ab)^5$ g) $\left(\frac{1}{2}mn\right)^3$ h) $\left(-1\frac{1}{4}abc\right)^2$

67. Sandaugą išreikškite laipsniu:

a) a^4b^4 b) $m^3n^3h^3$ c) $(-x)^5y^5$ d) 2^7a^7
e) $81x^4$ f) $0{,}008a^3b^3$ g) $-0{,}027x^3$ h) $\frac{81}{625}m^4$

68. Apskaičiuokite:

a) $2^5 \cdot 5^5$ b) $0{,}5^6 \cdot 4^6$ c) $\left(\frac{1}{3}\right)^9 \cdot 3^9$
d) $\left(\frac{3}{7}\right)^4 \cdot 7^4$ e) $0{,}008^{15} \cdot 125^{15}$ f) $\left(-\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 1{,}5^7$

69. Pakelkite laipsniu:

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$ b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^4$ c) $\left(\frac{x}{2}\right)^5$ d) $\left(\frac{3y}{5}\right)^3$
e) $\left(-\frac{z}{10}\right)^3$ f) $\left(\frac{7a}{2b}\right)^5$ g) $\left(\frac{0{,}2b}{3c}\right)^4$ h) $\left(-\frac{6ab}{7cd}\right)^2$

70. Trupmeną išreikškite laipsniu:

a) $\frac{a^3}{b^3}$ b) $\frac{a^5b^5}{c^5}$ c) $\frac{(-x)^7}{y^7}$ d) $\frac{2^6m^6}{n^6}$
e) $\frac{125x^3}{y^3}$ f) $\frac{-27000}{a^3}$ g) $\frac{128a^7}{b^7c^7}$ h) $\frac{1024x^{10}}{10^{10}}$

71. Išreikškite laipsniu:

a) $\left(3^3\right)^2$ b) $\left(7^2\right)^5$ c) $\left(0{,}9^4\right)^3$ d) $\left(-5^3\right)^3$
e) $\left(a^3\right)^4$ f) $\left(b^7\right)^2$ g) $\left(-x^8\right)^3$ h) $\left(-y^4\right)^6$

72. Išreikškite laipsniu:
a) su pagrindu 2: 4^3; 16^2; 64^2; b) su pagrindu 5: 25^2; 125^3; 625^3.

73. Parašykite laipsniu, kurio pagrindas a:
a) $\left(a^3\right)^6$; b) $\left(a^5\right)^2 \cdot \left(a^3\right)^3$; c) $\left(a^2 \cdot a^3\right)^4$; d) $\left(a \cdot a^5\right)^4$.

74. Kokie skaičiai turėtų būti parašyti žvaigždučių vietoje?
a) $2^{20} = \left(2^{10}\right)^* = \left(2^5\right)^* = \left(2^*\right)^5 = \left(2^*\right)^2$; b) $2^{30} = 4^* = 8^* = 32^*$.

75. Apskaičiuokite reiškinių reikšmes:

a) $2^3 \cdot (2^2)^4$; b) $\frac{(2^5)^2}{2^5}$; c) $\frac{3^9 \cdot 27^0}{(3^3)^2}$; d) $\frac{4^3 \cdot (4^2)^4}{4^{10}}$; e) $\frac{10^3 \cdot 10^2 \cdot (10^3)^2}{10 \cdot (10^2)^3}$.

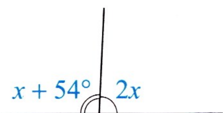
Pavyzdys. $\frac{3^8 \cdot (3^3)^2}{3^{12}} = \frac{3^8 \cdot 3^6}{3^{12}} = \frac{3^{8+6}}{3^{12}} = \frac{3^{14}}{3^{12}} = 3^{14-12} = 3^2 = 9.$

76. Apskaičiuokite ir užrašykite teisingą atsakymą:

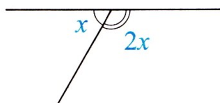
a) $3^2 + 3^3$	**A** 243	**B** 36	**C** 729
b) $3^2 \cdot 3^3$	**A** 753	**B** 729	**C** 243
c) $5^4 - 5^2$	**A** 600	**B** 25	**C** 1
d) $5^4 : 5^2$	**A** 1^2	**B** 625	**C** 25

77. Raskite gretutinių kampų didumus:

a)



b)



c) kai jų didumai sutinka kaip 7 : 8.

78. Atstumas žemėlapyje tarp Kupiškio ir Šilalės lygus 120 mm, o vietovėje tarp šių miestų apytiksliai yra 180 km. Koks žemėlapio mastelis?

79. Į stiklinę, kurioje yra 195 g vandens, įberta 5 g valgomosios druskos.

a) Kokia druskos tirpalo masė?
b) Kokia tirpalo koncentracija (druskingumas) promilėmis?

80. Tiesėje pažymėti taškai M, N ir K. Kam lygus atstumas MK, jeigu:

a) $MN = 2$ cm, $NK = 4$ cm; b) $MN = 2$ m, $NK = 4$ cm?

Nurodymas. Išsiaiškinkite, kaip gali būti išsidėstę taškai.

81. Užsakymą pagaminti stakles darbininkai planavo įvykdyti per 20 dienų. Kasdien pagamindami dvejomis staklėmis daugiau, darbininkai užsakymą atliko per 18 dienų.

a) Kiek staklių per dieną darbininkai planavo pagaminti?
b) Kiek staklių per dieną darbininkai pagamino?
c) Kiek staklių buvo užsakyta?
d) Kiek staklių per dieną turėtų pagaminti darbininkai, jeigu tą užsakymą reikėtų atlikti per 10 dienų?

82. Iš dviejų gyvenviečių, atstumas tarp kurių 42 kilometrai, tuo pačiu metu vienas priešais kitą išvyko du dviratininkai. Jie susitiko po 2 valandų. Pirmasis dviratininkas iki susitikimo nuvažiavo 2 kilometrais daugiau negu antrasis. Kokiu greičiu važiavo kiekvienas dviratininkas?

83. Užpildykite tuščius langelius sveikaisiais skaičiais nuo -1 iki -9 taip, kad kvadratas būtų magiškas.

−4		−2
	−5	
		−6

84. Nustatykite dėsningumą ir pasakykite:

a) kokie skaičiai turėtų būti parašyti klaustukų vietoje.

?	9	16	25	36	?	?

b) kokie skaičiai ir kokios raidės turėtų būti parašytos klaustukų vietoje.

A	2	Ą	1	B	4	C	3	Č	6	D	5	E	8	?	?	?	?

85. Degtukais parašytoje lygybėje padaryta klaida. Ištaisykite ją, perkėlę tik vieną degtuką.



4 Laipsnis su sveikuoju neigiamuoju rodikliu

Dalydami laipsnius su vienodais pagrindais, taisyklę $a^m : a^n = a^{m-n}$ išmokome taikyti, kai $m \geqslant n$ $(a \neq 0)$. Raskime reiškinio $a^m : a^n$ reikšmę, kai $m < n$, pavyzdžiui, $5^2 : 5^5$.
Jei taikytume minėtą taisyklę, gautume:

$$5^2 : 5^5 = 5^{2-5} = 5^{-3}.$$

Tačiau

$$5^2 : 5^5 = \frac{5^2}{5^5} = \frac{5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5^3}.$$

Todėl patogu susitarti, jog

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3}.$$

Tokio susitarimo laikomasi, kai laipsnio rodiklis yra bet kuris sveikasis neigiamasis skaičius:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$$

Pavyzdžiui:

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}; \quad (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}; \quad (x+5)^{-2} = \frac{1}{(x+5)^2}.$$

Pakelkime neigiamuoju laipsnio rodikliu paprastąją trupmeną, pavyzdžiui:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4}; \qquad \left(-\frac{3}{5}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(-\frac{3}{5}\right)^3} = \frac{1}{-\frac{27}{125}} = -\frac{125}{27};$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{1} = 2; \quad \left(-\frac{1}{10}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{10}\right)^1} = \frac{1}{-\frac{1}{10}} = -\frac{10}{1} = -10.$$

Paskutiniuose pavyzdžiuose pakėlę trupmenas $\frac{1}{2}$ ir $-\frac{1}{10}$ laipsniu -1, gauname sveikuosius skaičius 2 ir -10. Tokią savybę turi kiekviena trupmena, kurios skaitiklis lygus 1:

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-1} = a \quad (a \neq 0)$$

Iš tikrųjų,

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-1} = \left(a^{-1}\right)^{-1} = a^{-1\cdot(-1)} = a^1 = a.$$

Pavyzdžiui:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{-1} = 7; \qquad \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} = -3.$$

Taip pat ir keldami bet kurią paprastąją trupmeną neigiamuoju laipsniu, ją turime „apversti“, o laipsnio rodiklio ženklą pakeisti priešingu:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad (a \neq 0,\ b \neq 0)$$

Iš tikrųjų,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \frac{1}{\frac{a^n}{b^n}} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n.$$

Pavyzdžiui:

$$\left(\frac{7}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{7}\right)^2; \qquad \left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3; \qquad \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}.$$

Keliant *mišrųjį skaičių* arba *dešimtainę trupmeną* neigiamuoju laipsniu patartina tą skaičių parašyti kaip paprastąją trupmeną, pavyzdžiui:

$$\left(1\frac{2}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{5}\right)^1 = \frac{3}{5};$$

$$\left(-2\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^{-2} = \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25};$$

$$1{,}2^{-3} = \left(\frac{12}{10}\right)^{-3} = \left(\frac{6}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}.$$

Pratimai ir uždaviniai

86. Laipsnį su sveikuoju neigiamuoju rodikliu pakeiskite trupmena:

a) 10^{-1} b) 3^{-2} c) 5^{-3} d) 2^{-4}
e) b^{-5} f) $(2b)^{-4}$ g) $(a+2)^{-1}$ h) $(xy)^{-3}$

87. Trupmeną pakeiskite laipsniu su sveikuoju neigiamuoju rodikliu:

a) $\frac{1}{6^5}$; b) $\frac{1}{10^3}$; c) $\frac{1}{7}$; d) $\frac{1}{8}$; e) $\frac{1}{a}$; f) $\frac{1}{xy}$; g) $\frac{1}{b^2}$; h) $\frac{1}{x+y}$.

88. Skaičius išreikškite laipsniu su nurodytu pagrindu:

a) su pagrindu 2: 4; 2; 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{32}$;

b) su pagrindu 3: $\frac{1}{81}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{3}$; 1; 3; 27;

c) su pagrindu 5: $\frac{1}{625}$; $\frac{1}{125}$; 1; 25; 125;

d) su pagrindu 10: 100; 10; 1; 0,1; 0,01; 0,001.

89. Apskaičiuokite:

a) 2^{-5} b) 10^{-6} c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$ d) $(-1)^{-7}$ e) $\left(1\frac{1}{3}\right)^{-2}$
f) $1\cdot 2^{-3}$ g) $-0{,}4^{-2}$ h) $2^{-2}+3^{-1}$ i) $-1{,}7^0+6^{-2}$ j) $\frac{1}{25}+2{,}5^{-2}$

90. Apskaičiuokite ir atsakymą parašykite dešimtaine trupmena:

a) 10^{-3}; b) 2^{-1}; c) 4^{-1}; d) 5^{-3}; e) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$; f) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$; g) $(2{,}5)^{-1}$.

91. Vartodami neigiamąjį rodiklį, išreikškite:

a) metrais: 1 dm, 1 cm, 1 mm;
b) kvadratiniais metrais: 1 dm^2, 1 cm^2, 1 mm^2;
c) kubiniais metrais: 1 dm^3, 1 cm^3, 1 mm^3.

92. Atlikite veiksmus:

a) $\frac{5^{16}\cdot 5^4}{5^{18}}$; b) $\frac{(2^4)^2}{2^5\cdot 4}$; c) $\frac{3^9\cdot 27}{(3^6)^2}$; d) $\frac{0{,}6^{12}}{0{,}6^4\cdot 0{,}6^5}$.

93. Apskaičiuokite:

a) $\sqrt{0{,}0121}$; b) $\sqrt{\frac{169}{196}}$; c) $\sqrt{0{,}0025}$; d) $\sqrt{4\frac{21}{25}}$.

94. Parašykite skaičius standartine išraiška:

a) 160 000 b) 879 000 c) 1480
d) 7,5 mln. e) 2,3 tūkst. f) 0,51 mlrd.

95. Parašykite reiškiniu:

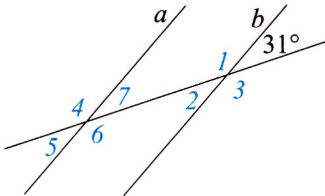
a) $5a$ ir b sumos kvadratą b) $3x$ ir y kvadratų sumą

c) $81m$ ir $25n$ skirtumo kubą d) $4c$ ir $3d$ kubų skirtumą

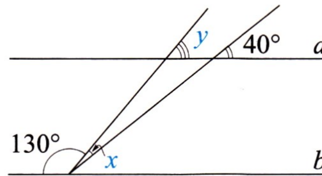
96. Kubo formos vandens bakas siurbliu pripildomas per 15 minučių. Per kiek laiko tuo pačiu siurbliu bus pripildytas kubo formos vandens bakas, kurio briauna 2 kartus didesnė nei pirmojo?

97. Raskite nežinomus kampus, jei žinoma, kad $a \parallel b$.

a)



b)

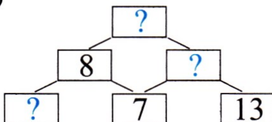


98. Atskliauskite ir sutraukite panašiuosius narius:

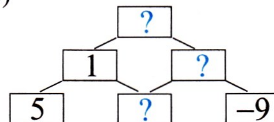
a) $3(2 - y) + 2y - 5$; b) $5x - (1 - x) \cdot 4 + 4$.

99. Schemoje langeliai užpildyti pagal tokią taisyklę: virš dviejų skaičių parašytas jų aritmetinis vidurkis. Kokie skaičiai turėtų būti parašyti klaustukų vietoje?

a)



b)



100. Parašę keturis iš eilės einančius skaitmenis, gauname keturženklį skaičių. Pirmus jo du skaitmenis sukeitę vietomis, gauname skaičių, kuris yra natūraliojo skaičiaus kvadratas. Raskite pradinį keturženklį skaičių.

101. Apskaičiuokite:

a) $\left|-3\frac{5}{9}\right| : \left(-2\frac{2}{3}\right)$; b) $-3{,}8 + |-6{,}08|$.

102. Turistai pirmąją dieną nuėjo 15% viso suplanuoto kelio, o antrąją — $\frac{2}{7}$ viso suplanuoto kelio. Kiek kilometrų turistams liko eiti, jeigu pirmąją dieną jie nukeliavo 10,5 km?

103. Kuri dabar valanda, jeigu likusi paros dalis dvigubai ilgesnė už praėjusią?

104. Vilniaus ir Kauno sporto mokyklų 8-jų ir 9-jų klasių moksleiviai dalyvavo krepšinio turnyre. Komandos buvo suskirstytos į 4 pogrupius: I, II — Vilniaus, III, IV — Kauno. Pogrupiuose įvykusių rungtynių rezultatai pateikti lentelėse.

I pogrupis

	8^a	8^b	8^c	8^d
8^a		50 : 40	60 : 52	52 : 50
8^b	40 : 50		52 : 51	50 : 51
8^c	52 : 60	51 : 52		48 : 70
8^d	50 : 52	51 : 50	70 : 48	

II pogrupis

	9^a	9^b	9^c	9^d
9^a		62 : 60	70 : 60	61 : 59
9^b	60 : 62		52 : 70	48 : 47
9^c	60 : 70	70 : 52		60 : 65
9^d	59 : 61	47 : 48	65 : 60	

III pogrupis

	8^a	8^b	8^c	8^d
8^a		40 : 60	50 : 62	54 : 52
8^b	60 : 40		62 : 50	61 : 65
8^c	62 : 50	50 : 62		49 : 48
8^d	52 : 54	65 : 61	48 : 49	

IV pogrupis

	9^a	9^b	9^c	9^d
9^a		51 : 54	62 : 60	50 : 90
9^b	54 : 51		50 : 58	70 : 82
9^c	60 : 62	58 : 50		66 : 80
9^d	90 : 50	82 : 70	80 : 66	

a) Išrikiuokite komandas pogrupiuose pajėgumo tvarka, jeigu:
- už pergalę skiriamas 1 taškas, už pralaimėjimą — 0 taškų;
- dviem komandoms surinkus vienodą taškų skaičių, aukštesnę vietą užima ta komanda, kuri nugalėjo tarpusavio rungtynėse;
- trims komandoms surinkus vienodą taškų skaičių, aukštesnę vietą užima ta komanda, kurios tarpusavio rungtynių įmestų ir praleistų taškų skirtumas yra didesnis.

b) Ar galėjo vieno pogrupio visos komandos surinkti po vienodą taškų skaičių?

c) Ar galėjo taip atsitikti, kad trys vieno pogrupio komandos surenka po vienodą taškų skaičių, o jų tarpusavio rungtynėse įmestų ir praleistų taškų skirtumas yra vienodas?

5 Laipsnių su sveikuoju rodikliu veiksmai

Nesunku įsitikinti, kad laipsnių su natūraliaisiais rodikliais savybės tinka ir laipsniams su sveikaisiais rodikliais.
Pavyzdžiui:

$$2^{-7} \cdot 2^9 = 2^{-7+9} = 2^2, \text{ nes } 2^{-7} \cdot 2^9 = \frac{1}{2^7} \cdot 2^9 = \frac{2^9}{2^7} = 2^{9-7} = 2^2;$$

$$4^6 : 4^{-2} = 4^{6-(-2)} = 4^8, \text{ nes } 4^6 : 4^{-2} = 4^6 : \frac{1}{4^2} = 4^6 \cdot 4^2 = 4^{6+2} = 4^8;$$

$$(2^{-2})^3 = 2^{-2\cdot 3} = 2^{-6}, \text{ nes } (2^{-2})^3 = \left(\frac{1}{2^2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^{2\cdot 3}} = \frac{1}{2^6} = 2^{-6};$$

$$(2 \cdot 3)^{-4} = 2^{-4} \cdot 3^{-4}, \text{ nes } (2 \cdot 3)^{-4} = \frac{1}{(2 \cdot 3)^4} = \frac{1}{2^4 \cdot 3^4} = \frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{3^4} = 2^{-4} \cdot 3^{-4};$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{2^{-4}}{3^{-4}}, \text{ nes } \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = 3^4 \cdot \frac{1}{2^4} = \frac{1}{3^{-4}} \cdot 2^{-4} = \frac{2^{-4}}{3^{-4}}.$$

Todėl, kai $a \neq 0$, $b \neq 0$ ir $m, n \in \boldsymbol{Z}$, galioja lygybės:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \quad a^m : a^n = a^{m-n}, \quad (a^m)^n = a^{mn},$$
$$(ab)^n = a^n b^n, \quad \left(\tfrac{a}{b}\right)^n = \tfrac{a^n}{b^n}.$$

Šias lygybes taikysime perdirbinėdami ir skaitinius, ir raidinius reiškinius.
Pavyzdžiui:

$$\frac{7^{-3} \cdot 7^2}{7^{10}} = 7^{-3+2-10} = 7^{-11};$$

$$\left(\frac{2^{-5} \cdot 32}{2^{-2}}\right)^{-2} = \left(\frac{2^{-5} \cdot 2^5}{2^{-2}}\right)^{-2} = (2^{-5+5-(-2)})^{-2} = (2^2)^{-2} = 2^{2\cdot(-2)} =$$
$$= 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16};$$

$$\left(\frac{3}{a^2}\right)^{-2} : (a^2)^2 = \left(\frac{a^2}{3}\right)^2 : a^4 = \frac{a^4}{9} \cdot \frac{1}{a^4} = \frac{1}{9}.$$

Pratimai ir uždaviniai

105. Apskaičiuokite:

a) $6^{-4} \cdot 6^7$ b) $3^{10} : 3^{12}$ c) $\left(5^{-2}\right)^{-3}$
d) $10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4}$ e) $15^{-3} : 15^{-3}$ f) $12^3 \cdot \left(12^{-2}\right)^2$
g) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$ h) $\left(\frac{1}{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{5}\right)^4$ i) $\left(4^2\right)^{-2} \cdot 4$
j) $(-3)^{-2} \cdot (-3)^5$ k) $(-1{,}2)^{-1} : (-1{,}2)^{-3}$ l) $5^3 \cdot \left(5^{-1}\right)^2$

106. Išreikškite reiškinį laipsniu:

a) su pagrindu 2
$\frac{1}{4} \cdot 2^5$
$16 \cdot 2^{-4}$
$8^{-1} \cdot 4^2 \cdot 2$

b) su pagrindu 3
$9 \cdot 3^{-3}$
$27 : 3^{-2}$
$9^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 : 3^{-2}$

c) su pagrindu 5
$5^{-1} \cdot 25$
$\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} : 125$
$\frac{1}{625} \cdot 5^0 : 25$

d) su pagrindu 10
$10^2 : 10^{-5}$
$\frac{1}{100} \cdot 10^4$
$1000^{-1} : 10^3 \cdot 10^6$

107. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę:

a) $\frac{3^2 \cdot 3^3}{3^4}$ b) $\frac{2^5 \cdot 2^{-6}}{2^{-4}}$ c) $\frac{7^{-2} \cdot 7^3}{7^{-3} \cdot 7^5}$
d) $8^3 \cdot 4^{-2}$ e) $9^5 \cdot 27^{-4}$ f) $4^3 \cdot 2^{-8}$
g) $100^0 : 10^{-3}$ h) $2^{-6} : 8^{-3}$ i) $125^{-3} : 25^{-2}$
j) $\frac{4^{-5} \cdot 4^{-6}}{2^{-20}}$ k) $\frac{3^4}{3^{-10} \cdot 9^7}$ l) $\frac{10^{-5} \cdot 100^{10}}{1000^3}$

108. Suprastinkite reiškinį:

a) $3a \cdot 2a^{-2}$ b) $0{,}75x^4 \cdot 8x^{-3}$ c) $4y^2 \cdot 0{,}25y^{-3}$
d) $0{,}9m^3 \cdot \frac{1}{9}m^{-3}$ e) $4a^{-1} \cdot \frac{5}{8}a^2$ f) $\frac{2}{3}z^{-4} \cdot 0{,}27z^2$
g) $0{,}2x^3 : \frac{1}{5}x^{-2}$ h) $16{,}9b : 13b^{-1}$ i) $\frac{1}{16}p^3 : \frac{1}{64}p^{-4}$
j) $-\frac{1}{4}c^{-3} : \left(\frac{1}{2}c\right)^4$ k) $-2\frac{3}{5}p^{-1} : \frac{1}{5}p^{-1}$ l) $4x^{-5} : (-0{,}1x)^2$

109. Atlikite veiksmus:

a) $6 \cdot 3^2 - 3 \cdot 2^4$
b) $0{,}7 \cdot 4^3 + (-1{,}6) : 2^4$
c) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 : 0{,}2^5$
d) $0{,}3^3 \cdot 10^4 : (-270)$
e) $0{,}5^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$
f) $3^{-2} - 3^{-3} + 3^{-1}$

110. Pasirinkite teisingą atsakymą.

	A	B	C
a) $9{,}2^0 = \ldots$	1	9,2	0
b) $(5x)^2 = \ldots$	$25x$	$5x^2$	$25x^2$
c) $\frac{7^2}{7^3} = \ldots$	1	7	$\frac{1}{7}$
d) $(-0{,}5)^{100}$ reikšmė yra	teigiama	nulis	neigiama

111. Koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas kvadratėlio vietoje:

a) 2^{300} ■ 3^{200}; b) 9^{10} ■ 81^5; c) 10^3 ■ $2^4 \cdot 5^3$?

112. Parašykite laipsniu:

a) $3^5 \cdot 7^5 \cdot 3^3 \cdot 7^3$
b) $2^6 \cdot 5^6 \cdot 2^5 \cdot 5^5$
c) $\left(4^6 \cdot 6^6\right) : \left(4^3 \cdot 6^3\right)$
d) $\left(2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^5\right) : \left(2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^3\right)$

113. Apskaičiuokite reiškinio $a^b - b^a$ reikšmę, kai:
a) $a = -2,\ b = -3$; b) $a = 3,\ b = 0$.

114. Apskaičiuokite:
a) $\sqrt{0{,}25}$; b) $\sqrt{0{,}0064}$; c) $\sqrt[3]{0{,}125}$; d) $\sqrt[3]{0{,}064}$.

115. Automobilis t valandų važiavo 100 km/h greičiu ir p valandų — 80 km/h greičiu. Parašykite reiškiniu:
a) kiek kilometrų automobilis nuvažiavo per t h;
b) kiek kilometrų automobilis nuvažiavo per p h;
c) kiek laiko sugaišta kelyje;
d) koks vidutinis automobilio greitis (viso nuvažiuoto kelio ir jam nuvažiuoti sugaišto laiko dalmuo).

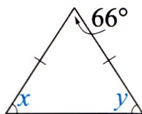
116. Parašykite įprastiniu būdu skaičius, kurių standartinė išraiška yra:
a) $1{,}32 \cdot 10^5$; b) $2{,}003 \cdot 10^3$; c) $5{,}279 \cdot 10^4$; d) $9{,}1 \cdot 10^8$.

117. Pieštukai sudėti į tris dėžutes. Pirmoje dėžutėje yra ketvirtadalis visų pieštukų, antroje — 15 pieštukų daugiau negu pirmoje, o trečioje — likę 25 pieštukai. Kiek pieštukų yra kiekvienoje dėžutėje?

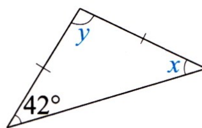
118. Trikampio kraštinių ilgiai sutinka kaip 5 : 4 : 3, o jo perimetras lygus 41 cm. Raskite trikampio kraštines.

119. Raskite nežinomus kampus.

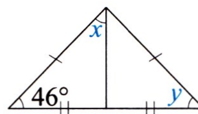
a)



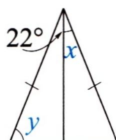
b)



c)



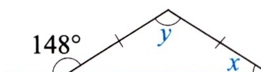
d)



e)



f)



120. Suprastinkite reiškinį:

a) $5(n-2)-6(n+3)-(2n-9)\cdot 3$;

b) $\frac{5}{7}\left(2{,}8m-4\frac{1}{5}n\right)-2{,}4\left(\frac{5}{6}m-1{,}5n\right)+m$.

121. 1000 litrų Kuršių marių vandens yra ištirpę vidutiniškai 300 g druskų. Koks Kuršių marių vandens druskingumas promilėmis?

122. Katerio savasis greitis lygus 32,8 km/h, o greitis pasroviui — 34,2 km/h. Koks katerio greitis prieš srovę?

123. Parašykite visus $\overline{6{*}3{*}}$ pavidalo skaičius, kurie dalijasi iš:

a) 2; b) 3; c) 2 ir 3.

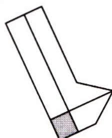
124. Nubraižykite trikampį MKP, jeigu $M(-3; 4)$, $K(3; 0)$, $P(0; -4)$. Apskaičiuokite šio trikampio plotą.

125. Antano striukėje yra 3 kišenės. Keliais skirtingais būdais jis gali du vienodos vertės banknotus įsidėti į tas kišenes?

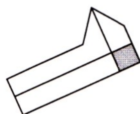
A 1 **B** 2 **C** 3 **D** 4 **E** 6

126. Viena figūra skiriasi nuo kitų. Kuri? Kuo ji skiriasi?

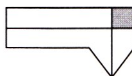
A



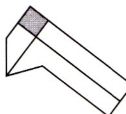
B



C



D



E



6 Standartinė skaičiaus išraiška

Praktikoje dažnai tenka susidurti su labai dideliais arba labai mažais teigiamaisiais skaičiais. Didelius skaičius jau mokame užrašyti standartine išraiška. Pavyzdžiui, užrašykime standartine išraiška Mėnulio masę:

$$73\,500\,000\,000\,000\,000\,000\ \mathrm{t} = 7{,}35 \cdot 10^{19}\ \mathrm{t}.$$

? Kam lygi šio skaičiaus eilė?

Didelių skaičių eilė n yra teigiamasis skaičius.
Standartine išraiška galima užrašyti ne tik labai didelius, bet ir labai mažus teigiamuosius skaičius — tam reikia naudotis neigiamuoju rodikliu. Pavyzdžiui, užrašykime standartine išraiška plauko storį:

$$0{,}00003\ \mathrm{m} = \frac{3}{100000}\ \mathrm{m} = \frac{3}{10^5}\ \mathrm{m} = 3 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m} \quad (n = -5).$$

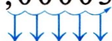
Skaičiaus užrašas pavidalu $a \cdot 10^n$, kur $1 \leqslant a < 10$, o n — sveikasis skaičius, vadinamas standartine išraiška. Rodiklis n vadinamas skaičiaus eile.

Mažesnių už vienetą skaičių eilė yra neigiamasis skaičius, pavyzdžiui:

$$0{,}235 = 2{,}35 : 10 = 2{,}35 \cdot \frac{1}{10} = 2{,}35 \cdot 10^{-1}, \quad n = -1;$$

$$0{,}0046 = 4{,}6 : 1000 = 4{,}6 \cdot \frac{1}{1000} = 4{,}6 \cdot 10^{-3}, \quad n = -3;$$

$$0{,}000031 = 3{,}1 \cdot 10^{-5}, \quad n = -5.$$



1 2 3 4 5 — kablelis perkeliamas per penkis skaitmenis į dešinę.

? Pasakykite, kaip iš skaičiaus standartinės išraiškos eilės galima spręsti, ar duotasis skaičius yra labai didelis, ar labai mažas.

Fizikai, chemikai, astronomai, biologai, aprašydami įvairius gamtoje vykstančius reiškinius, dažnai vartoja standartinę išraišką. Skaičiai dažnai pateikiami nurodant tik jų eilę.

Užduotis. Patyrinėkite lentelę ir pasakykite, koks gali būti visatos amžius sekundėmis ir metais.

DIDŽIAUSIEJI IR MAŽIAUSIEJI

ERDVĖJE	Dydžio eilė (m)	LAIKE	Dydžio eilė (s)
Atstumas iki artimiausios		Visatos amžius	10^{17}
galaktikos	10^{22}	Žemės amžius	10^{17}
Atstumas iki artimiausios		Žmogaus amžius	10^{9}
žvaigždės	10^{17}	Metai	10^{7}
Atstumas iki Saulės	10^{11}	Diena	10^{5}
Žemės skersmuo	10^{7}	Laiko tarpas, per kurį mus	
Kilometras	10^{3}	pasiekia Saulės šviesa	10^{3}
Žmogaus ūgis	10^{0}	*Širdies plakimo periodas*	10^{0}
Piršto storis	10^{-2}	Musės sparnelių vienas mostas	10^{-3}
Popieriaus storis	10^{-4}	Trumpas lazerio impulsas	10^{-12}
Bakterijos skersmuo	10^{-5}	Laikas, per kurį šviesa nusklinda	
Viruso skersmuo	10^{-8}	atstumą, lygų atomo skersmeniui	10^{-18}
Atomo skersmuo	10^{-10}	Trumpiausiai gyvuojančios	
Atomo branduolio skersmuo	10^{-15}	elementariosios dalelės amžius	10^{-23}

Pratimai ir uždaviniai

127. Pasakykite standartine išraiška parašyto skaičiaus eilę:

a) $1{,}3 \cdot 10^5$; b) $2{,}7 \cdot 10^7$; c) $3{,}4 \cdot 10^{-3}$; d) $5{,}42 \cdot 10^{-4}$.

128. Parašykite šiuos skaičius standartine išraiška:

a) 560	b) 7002	c) 11	d) 0,2
e) 0,04	f) 0,056	g) 0,85	h) $427 \cdot 10^5$
i) $0{,}05 \cdot 10^6$	j) $41 \cdot 10^{-5}$	k) $0{,}083 \cdot 10^{-4}$	l) $10 \cdot 10^5$

129. Išreikškite trupmenas skaičiaus 10 laipsniu:

a) 0,1; b) 0,01; c) 0,001; d) 0,0001; e) 0,00001.

130. Užrašykite dešimtaine trupmena:

a) $2 \cdot 10^{-3}$; b) $1{,}4 \cdot 10^{-2}$; c) $6{,}5 \cdot 10^{-3}$; d) $9{,}05 \cdot 10^{-4}$.

131. Parašykite skaičių standartine išraiška:

a) ąžuolo per parą apvalomo oro kiekis 400 000 ℓ;
b) Cheopso piramidės masė 10 000 000 000 kg;
c) vandenilio atomo spindulys 0,000000005 m.

132. Miškai mūsų planetoje užima apie 4,2 mlrd. hektarų ir per metus sugeria 12,3 mlrd. tonų anglies dioksido bei išskiria 8,7 mlrd. tonų deguonies. Užrašykite paminėtus skaičius standartine išraiška.

133. Naftos lašelis gali išsilieti ant vandens 0,000025 mm storio sluoksniu. Parašykite šį skaičių standartine išraiška.

134. Nustatykite, kam lygus n:

a) $3{,}43 \cdot 10^n = 3430$	b) $7{,}1 \cdot 10^n = 71000$
c) $5{,}4 \cdot 10^n = 54\,000\,000$	d) $1{,}003 \cdot 10^n = 1\,003\,000$
e) $6{,}7 \cdot 10^n = 0{,}67$	f) $8{,}05 \cdot 10^n = 0{,}00805$

135. Anglies dioksidas kenkia sveikatai. Gyvenamosiose patalpose jo koncentracija neturi viršyti $0{,}2 \cdot 10^{-2}$ g/m^3. Kiek anglies dioksido gali būti kambaryje, kurio matmenys $4\,\text{m} \times 5\,\text{m} \times 2{,}5\,\text{m}$, kad nebūtų viršyta leistinoji norma?

136. Taupomojo banko palūkanų norma yra 4% per metus. Kiek pinigų gaus indėlininkas metų pabaigoje, jei jo indėlis metų pradžioje buvo 568 Lt?

137. Parašykite skaičių reiškiniu, kuriame yra:

a) 7 dešimtys ir b vienetų
b) x dešimčių ir 3 vienetai
c) c šimtų ir 4 dešimtys
d) p šimtų ir q vienetų
e) a šimtų, b dešimčių ir c vienetų
f) a šimtų, 0 dešimčių ir 3 vienetai

138. Raskite trikampio kampus, jei jų didumai proporcingi skaičiams:

a) 2, 3, 7; b) 3, 4, 8.

139. Medžio 1 cm^3 masė yra 0,63 g. Apskaičiuokite masę medinio kubo, kurio briauna lygi:

a) 10 cm; b) 15 cm; c) 15 dm.

140. Apskaičiuokite:

a) $1+\frac{1}{2-\frac{1}{3}}$; b) $1-\frac{1}{2+\frac{1}{3}}$; c) $\sqrt{\frac{1}{9}}-\sqrt{2\frac{1}{4}}$; d) $\sqrt{1\frac{11}{25}}-\sqrt{16}$.

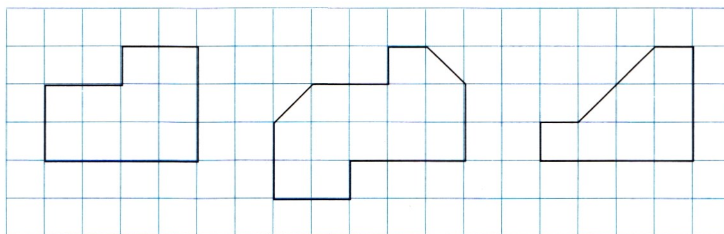
141. Traukinys 2 h važiavo 63,2 km/h greičiu ir 3 h — 76,5 km/h greičiu. Koks traukinio vidutinis greitis?

142. Trys aštuntokai žaidžia kompiuteriu. Per tam tikrą laiką vienas iš jų kompiuterio ekrane sunaikino keletą raketų, antras — trimis raketomis daugiau, o trečias — dvigubai daugiau negu pirmas. Iš viso trys aštuntokai sunaikino 23 raketas. Kiek raketų sunaikino kiekvienas?

143. Staklininkui mokamas 6,2 Lt valandinis atlygis. Per mėnesį staklininkas dirbo 173,5 h.

a) Koks staklininko tarifinis atlyginimas per mėnesį?
b) Kiek staklininkas moka mokesčio SODRAI? (1% nuo priskaičiuotos sumos.)
c) Kiek staklininkas moka pajamų mokesčio, jei jo atlyginimo neapmokestinamasis minimumas yra 214 Lt? (33% nuo priskaičiuoto atlyginimo dalies, viršijančios neapmokestinamą minimumą.)
d) Kiek litų gavo staklininkas į rankas, atskaičius mokesčius?

144. Kiekvieną figūrą padalykite į dvi lygias figūras.



Pasitikrinkite

1. Pakelkite laipsniu:

a) 3^3; b) $0{,}2^4$; c) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$; d) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3$; e) $(-1)^{10}$; f) $(-2)^0$.

2. Sandaugą parašykite laipsniu:

a) $3^2 \cdot 3^5$ b) $5 \cdot 5^2 \cdot 5^3$ c) $(-6)^2 \cdot (-6)^3$ d) $0{,}3 \cdot 0{,}3^2$
e) $7^3 \cdot 49$ f) $81 \cdot 3^2 \cdot 27$ g) $0{,}64 \cdot 0{,}8^2$ h) $1{,}21 \cdot 1{,}1^3$
i) $(-x)^7 \cdot (-x)^2$ j) $a \cdot a^{10} \cdot a^5$ k) $z \cdot z^8$ l) $(-a)^3 \cdot (-a)^{10}$

3. Išreikškite laipsnį dviejų laipsnių sandauga:

a) 7^6; b) 10^9; c) x^7; d) y^{21}; e) $(-8)^5$.

4. Dalmenį išreikškite laipsniu:

a) $15^{14} : 15^{12}$ b) $0{,}7^{10} : 0{,}7^7$ c) $(-2{,}3)^5 : (-2{,}3)^2$
d) $0{,}2^8 : 0{,}04$ e) $125 : 5^2$ f) $3^4 : 9$
g) $p^7 : p^2$ h) $(-y)^{13} : (-y)^{10}$ i) $x^3 : x$

5. Apskaičiuokite:

a) $3^4 + 3^2$ b) $7^2 - 7$ c) $-5^3 \cdot 4^5 : 4^3$ d) $3 \cdot 10^2 - 5^2$
e) $-1^3 + (-2)^3$ f) $-6^2 - (-1)^4$ g) $2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 2^2$ h) $10 - 5 \cdot 2^3$

6. Sandaugą pakelkite laipsniu:

a) $(0{,}3a)^2$; b) $(-5ab)^4$; c) $\left(\frac{1}{3}mn\right)^2$; d) $\left(-\frac{1}{4}z^2\right)^3$; e) $(2xy)^3$.

7. Sandaugą išreikškite laipsniu:

a) a^5b^5; b) 3^6x^6; c) $0{,}001x^3y^3$; d) $-125m^3n^3$; e) $\frac{4}{25}z^2$.

8. Pakelkite laipsniu:

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$; b) $\left(-\frac{5}{6}\right)^2$; c) $\left(\frac{a}{4}\right)^2$; d) $\left(-\frac{y}{2}\right)^5$; e) $\left(\frac{2xy}{3z}\right)^3$.

9. Trupmeną išreikškite laipsniu:

a) $\frac{x^4}{y^4}$; b) $\frac{3^6a^6}{c^6}$; c) $\frac{(-a)^3}{8}$; d) $\frac{-27b^3}{z^3}$; e) $\frac{16m^2}{25}$.

10. Išreikškite laipsniu:

a) $\left(6^4\right)^5$; b) $\left(0{,}7^3\right)^2$; c) $\left(-a^3\right)^5$; d) $\left(x^2\right)^6$.

11. Parašykite reiškinius laipsniu su pagrindu x:

a) $(x^6)^4$; b) x^6x^4; c) x^2x^2; d) $(x^2)^2$; e) $x^2x^3x^4$.

12. Apskaičiuokite reiškinių reikšmes:

a) $\frac{(3^4)^2}{3^5}$; b) $\frac{2^5\cdot(2^2)^4}{2^{11}}$; c) $\frac{4^2\cdot16}{64}$; d) $\frac{5^3\cdot125}{(5^2)^2}$.

13. Laipsnį su sveikuoju neigiamuoju rodikliu išreikškite trupmena:

a) 7^{-4}; b) a^{-3}; c) $(-2a)^{-2}$; d) $(a+7)^{-1}$.

14. Trupmenas parašykite laipsniu su pagrindu $3x$:

a) $\frac{1}{3x}$; b) $\frac{1}{9x^2}$; c) $\frac{1}{27x^3}$; d) $\frac{1}{81x^4}$.

15. Apskaičiuokite:

a) $13^7\cdot13^{-7}$ b) $5^{10}\cdot5^{-9}\cdot25$ c) $12^4:3^4$
d) $(-0{,}04)^2:8$ e) $\left(\frac{1}{9}\right)^{-2}\cdot36^{-1}$ f) $-0{,}09^{-1}\cdot18$
g) $0{,}3^{-2}+\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$ h) $2^{-3}+2^{-2}+2$ i) $0{,}63\cdot9^{-1}-4\cdot(-8)^{-2}$

16. Parašykite skaičių standartine išraiška ir nurodykite jo eilę:

a) $37\cdot10^2$ b) $0{,}02$ c) $0{,}037$ d) $29\cdot10^{-2}$
e) $12{,}7\cdot10^3$ f) $0{,}5\cdot10^4$ g) $139\cdot10^{-3}$ h) $7000\cdot10^{-3}$

17. Suaugęs žmogus turi apie 5 litrus kraujo. 1 mm^3 kraujo yra apie 7000 baltųjų ir 5 milijonai raudonųjų kraujo kūnelių. Apskaičiuokite ir užrašykite standartine išraiška, kiek žmogaus organizme apytikriai yra baltųjų ir kiek raudonųjų kraujo kūnelių.

18. Pasirinkite teisingą atsakymą.

	A	B	C
a) $8\cdot10^{-3}=\ldots$	80^{-3}	-8000	$0{,}008$
b) $0{,}000405$	$40{,}5\cdot10^{-6}$	$4{,}05\cdot10^{-4}$	$0{,}405\cdot10^3$
c) $0{,}03$ standartinė išraiška	$0{,}3\cdot10^{-1}$	$3\cdot10^{-2}$	$3\cdot10^2$
d) $0{,}67\cdot10^4=\ldots$	$6{,}7\cdot10^3$	$0{,}0067$	670
e) šimtas milijardų yra	10^9	10^{11}	10^{13}
f) $2\cdot10^{-4}\cdot5\cdot10^6=\ldots$	$7\cdot10^2$	10^3	10^{-9}
g) $x=14{,}2\cdot10^{-2}$, $y=20{,}1\cdot10^{-3}$	$x<y$	$x=y$	$x>y$

19. Pagal vieną iš hipotezių Visata egzistuoja apie 15 milijardų amžių. Parašykite standartine išraiška Visatos amžių:



a) metais; b) dienomis; c) valandomis.

20. Apskaičiuokite:

a) $\frac{2}{3} : \frac{5}{6} - 4{,}5$ b) $\frac{3}{8} \cdot 3\frac{1}{9} - 3$

c) $-\left|-8\frac{5}{6}\right| + 15\frac{3}{4}$ d) $\left|\frac{1}{4}\right| - \left|-\frac{1}{3}\right| - \frac{1}{2}$

21. Suprastinkite reiškinį $2(2x-3)-(x-1)\cdot 3-1$. Su kuria x reikšme reiškinio reikšmė lygi -1?

22. Motorinė valtis 45 km upe pasroviui nuplaukė per 3 h, o grįžo per 5 h.
a) Koks upės tėkmės greitis?
b) Koks motorinės valties savasis greitis?

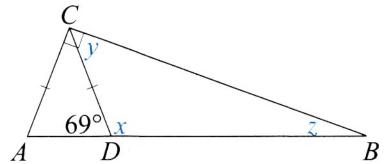
23. Skautai pirmąją žygio dieną nuėjo 30% viso kelio, o antrąją — $\frac{4}{7}$ likusio eiti kelio. Kiek kilometrų skautai nuėjo trečiąją dieną, jeigu pirmąją jie nukeliavo 12 km?

24. Į 485 g vandens įberta 15 g geriamosios sodos.
a) Kokia geriamosios sodos tirpalo masė?
b) Kokia tirpalo koncentracija promilėmis?

25. Už 5,1 Lt nupirkta 3 vienodi tušinukai ir 12 vienodų sąsiuvinių. Kiek kainuoja sąsiuvinis, jeigu tušinukas 0,2 Lt brangesnis už sąsiuvinį?

26. a) Koks plotas trikampio, kurio statiniai lygūs 5 cm ir 5 dm?
b) Stačiojo trikampio plotas lygus 10 cm^2, o vienas statinis — 2 cm. Raskite kitą statinį.

27. Raskite raidėmis x, y ir z pažymėtų kampų didumus.



2 KVADRATINĖ ŠAKNIS



1 Kas yra kvadratinė šaknis?

Prisiminkime, kaip traukiame kvadratinę šaknį, pavyzdžiui:

$\sqrt{36} = 6$, nes $6^2 = 36$ ir $6 > 0$;
$\sqrt{0{,}49} = 0{,}7$, nes $0{,}7^2 = 0{,}49$ ir $0{,}7 > 0$.

Pastebėkime, kad:
- kvadratinė šaknis negali būti neigiama ($\sqrt{a} \geqslant 0$).
- pošaknis irgi negali būti neigiamas ($a \geqslant 0$).

Kvadratine šaknimi iš neneigiamojo skaičiaus a vadinamas toks neneigiamasis skaičius, kurio kvadratas lygus a.

Tas skaičius žymimas $\sqrt{a}$.
Kitais žodžiais, šaknies apibrėžimą galima būtų pasakyti taip: jei kvadratinę šaknį iš a pakelsime kvadratu, tai gausime a. Taigi teisinga lygybė:

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geqslant 0)$$

Pavyzdžiui:

$(\sqrt{25})^2 = 25$; $(\sqrt{3})^2 = 3$.

Apytikslę šaknies reikšmę galima apskaičiuoti skaičiuokliu. Tam reikia surinkti pošaknio skaičių ir paspausti mygtuką su šaknies ženklu. Pavyzdžiui, $\sqrt{3{,}5}$ skaičiuojame taip:

3,5 [√‾] Apskaičiavę skaičiuokliu, kuris rodo 8 skaitmenis, gauname, kad $\sqrt{3{,}5} \approx 1{,}8708286$.

Reiškinio $7\sqrt{2}$ reikšmę skaičiuojame taip:

2 [√‾] [×] 7 [=] arba taip: 7 [×] 2 [√‾] [=]

? Apskaičiuokite skaičiuokliu reiškinio $7\sqrt{2}$ reikšmę.

Pratimai ir uždaviniai

145. Naudodamiesi natūraliųjų skaičių nuo 11 iki 99 kvadratų lentele, raskite:

a) $\sqrt{144}$, $\sqrt{225}$, $\sqrt{289}$, $\sqrt{256}$ b) $\sqrt{324}$, $\sqrt{441}$, $\sqrt{676}$, $\sqrt{729}$

c) $\sqrt{961}$, $\sqrt{2116}$, $\sqrt{8836}$ d) $\sqrt{6{,}25}$, $\sqrt{0{,}0169}$, $\sqrt{3{,}240}$, $\sqrt{10{,}24}$

146. Raskite, jeigu įmanoma, skaičių, kurio kvadratinės šaknies reikšmė lygi:

0; 1; 9; $1{,}2$; $\frac{1}{6}$; -5; -10; $0{,}13$; $1\frac{1}{2}$.

147. Remdamiesi lygybe $(\sqrt{a})^2 = a$, apskaičiuokite kvadratus skaičių:

$\sqrt{81}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt{17}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{\frac{1}{3}}$; $\sqrt{2{,}5}$; $\sqrt{0{,}04}$; $2\sqrt{2}$; $\frac{3}{\sqrt{3}}$.

148. Apskaičiuokite:

a) $(\sqrt{9})^2$ b) $(\sqrt{8})^2$ c) $(-\sqrt{12})^2$ d) $-(\sqrt{90})^2$

e) $2 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{15}$ f) $\frac{1}{2}(\sqrt{10})^2$ g) $(-2\sqrt{5})^2$ h) $(0{,}2\sqrt{11})^2$

i) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ j) $\frac{(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{6})^2}$ k) $2\sqrt{6} \cdot (-\sqrt{6})$ l) $\frac{(\sqrt{12^0})^5}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$

149. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę:

a) $\sqrt{x + y}$, kai $x = 9$, $y = 16$ b) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$, kai $x = 9$, $y = 16$

c) $\sqrt{3z - 5}$, kai $z = 7$; 23 d) $\sqrt{9 - 4m}$, kai $m = 0$; -10

150. Patikrinkite, ar teisingos lygybės:

a) $\sqrt{10\,000} = 100$ b) $\sqrt{10\,000} = -100$ c) $\sqrt{1000} = 10$

d) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ e) $\sqrt{\frac{4}{625}} = -\frac{2}{25}$ f) $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

151. Koks ženklas ($<$, $>$, $=$) turėtų būti parašytas kvadratėlio vietoje?

a) $\sqrt{2}$ ■ $\sqrt{3}$ b) $-\sqrt{2}$ ■ $-\sqrt{3}$ c) $\sqrt{10\,000}$ ■ $10\sqrt{10}$

d) $-\sqrt{10}$ ■ $\sqrt{1}$ e) $\sqrt{7\frac{1}{9}}$ ■ $\frac{8}{3}$ f) $-\sqrt{\frac{1}{4}}$ ■ $\frac{1}{2}$

152. Skaičius surašykite mažėjimo tvarka:

$\sqrt{0}$; $-\sqrt{1}$; $\sqrt{1}$; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$; $\sqrt{\frac{1}{2}}$; $\sqrt{3}$.

153. Pasakykite, kam lygus plotas kvadrato, kurio kraštinė lygi:

1; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{a}$.

154. Raskite perimetrą kvadrato, kurio plotas lygus:

a) 25 m^2; b) 0,49 dm^2; c) 1,21 m^2; d) 62500 a; e) 1,44 ha.

155. Raskite (jei tai įmanoma) nežinomojo reikšmę, su kuria būtų teisinga lygybė:

a) $\sqrt{x} = 6$; b) $\sqrt{y} = 0{,}9$; c) $\sqrt{z} = \frac{1}{4}$; d) $\sqrt{t} = -1$.

156. Raskite spindulį skritulio, kurio plotas lygus:

a) 64π cm^2; b) $3{,}61\pi$ dm^2; c) $0{,}0529\pi$ m^2; d) 7π m^2.

157. Skaičiuokliu šimtųjų tikslumu apskaičiuokite kraštinę kvadrato, kurio plotas lygus:



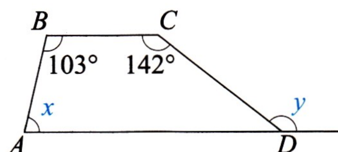
a) 18 cm^2; b) 3,6 dm^2; c) 0,63 m^2; d) 0,529 m^2.

158. Apskaičiuokite skritulio spindulį dešimtųjų tikslumu ($\pi \approx 3{,}14$), kai skritulio plotas lygus:



a) 5 m^2; b) 12 cm^2; c) 5,6 dm^2; d) 0,27 cm^2.

159. Raskite kampus x ir y, jeigu $BC \parallel AD$.



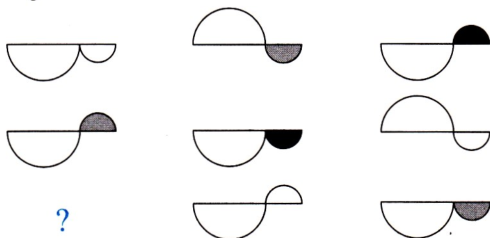
160. Į sunkvežimį sukrauta 8 vienodos dėžės ir 6 konteineriai, kurių kiekvieno masė 0,28 t. Bendra krovinio masė 2,4 t. Parašykite skaitinį reiškinį vienos dėžės masei rasti ir apskaičiuokite ją.

161. Apskaičiuokite, keliais procentais:

a) 5000 Lt daugiau už 4000 Lt; b) 4000 Lt mažiau už 5000 Lt.

162. Išreikškite skaičius $\frac{4}{11}$ ir $5\frac{4}{9}$ periodinėmis trupmenomis. Parašykite jų apytiksles reikšmes, suapvalinę periodines trupmenas iki šimtųjų.

163. Nustatykite dėsningumą ir pasakykite, ką reikėtų nupiešti klaustuko vietoje.



2 Kvadratinė šaknis iš sandaugos ir trupmenos

Palyginkime reiškinių $\sqrt{4 \cdot 9}$ ir $\sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$ reikšmes:

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6; \quad \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6.$$

Matome, kad

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}.$$

Apskritai, yra teisinga lygybė:

$$\boxed{\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geqslant 0,\ b \geqslant 0)}$$

Iš tikrųjų, remiantis šaknies apibrėžimu užtenka patikrinti, ar dešinės pusės kvadratas lygus pošakniui:

$$\left(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}\right)^2 = \left(\sqrt{a}\right)^2 \cdot \left(\sqrt{b}\right)^2 = a \cdot b.$$

Taisyklę galima pasakyti žodžiais:

Kvadratinė šaknis iš neneigiamųjų skaičių sandaugos lygi kvadratinių šaknų iš tų skaičių sandaugai.

Pavyzdžiui:

$$\sqrt{9 \cdot 169} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{169} = 3 \cdot 13 = 39;$$
$$\sqrt{484} = \sqrt{4 \cdot 121} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{121} = 2 \cdot 11 = 22;$$
$$\sqrt{30 \cdot 120} = \sqrt{2 \cdot 15 \cdot 8 \cdot 15} = \sqrt{16 \cdot 15^2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{15^2} = 4 \cdot 15 = 60.$$

Taisyklė taikoma ir atbulai, pavyzdžiui:

$$\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{20 \cdot 5} = \sqrt{100} = 10;$$
$$\sqrt{12} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{12 \cdot 27} = \sqrt{3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 9} = \sqrt{4 \cdot 9 \cdot 9} = 2 \cdot 9 = 18.$$

Palyginkime reiškinių $\sqrt{\frac{9}{4}}$ ir $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$ reikšmes:

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5 = \frac{3}{2}; \qquad \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}.$$

Matome, kad

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}.$$

Apskritai, yra teisinga lygybė:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geqslant 0,\ b > 0)$$

Iš tikrųjų, dešinės pusės kvadratas lygus pošakniui:

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}.$$

Kvadratinė šaknis iš trupmenos, kurios skaitiklis neneigiamas, o vardiklis teigiamas, lygi kvadratinės šaknies iš skaitiklio ir kvadratinės šaknies iš vardiklio dalmeniui.

Pavyzdžiui:

$$\sqrt{\frac{144}{196}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{196}} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}; \qquad \sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}.$$

Taisyklė taikoma ir atbulai, pavyzdžiui:

$$\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4;$$

$$\frac{2\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{\frac{27}{3}} = 2\sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6.$$

Pratimai ir uždaviniai

164. Apskaičiuokite:

a) $\sqrt{4 \cdot 9}$ b) $\sqrt{25 \cdot 36}$ c) $\sqrt{25 \cdot 100}$

d) $\sqrt{81 \cdot 121}$ e) $\sqrt{64 \cdot 144}$ f) $\sqrt{0{,}01 \cdot 169}$

g) $\sqrt{900 \cdot 0{,}04}$ h) $\sqrt{0{,}81 \cdot 225}$ i) $\sqrt{6{,}25 \cdot 0{,}16}$

j) $\sqrt{\frac{225}{625}}$ k) $\sqrt{\frac{121}{196}}$ l) $\sqrt{\frac{729}{841}}$

m) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ n) $\sqrt{5\frac{1}{16}}$ o) $\sqrt{2\frac{14}{25}}$

165. Pagal formulę $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ apskaičiuokite sandaugos reikšmę:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$ b) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$ c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$

d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$ e) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{90}$ f) $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{8}}$

g) $\sqrt{3\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{120}$ h) $\sqrt{6{,}3} \cdot \sqrt{0{,}7}$ i) $\sqrt{110} \cdot \sqrt{9{,}9}$

166. Apskaičiuokite reiškinių reikšmes:

a) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}}$ c) $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}}$

d) $\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{1700}}$ e) $\frac{\sqrt{7{,}5}}{\sqrt{0{,}3}}$ f) $\frac{\sqrt{0{,}063}}{\sqrt{0{,}7}}$

Pavyzdys. $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3.$

---

167. Apskaičiuokite:

a) $\sqrt{250 \cdot 490}$ b) $\sqrt{72 \cdot 32}$ c) $\sqrt{90 \cdot 6{,}4}$

d) $\sqrt{45 \cdot 80}$ e) $\sqrt{7{,}5 \cdot 4{,}8}$ f) $\sqrt{2{,}5 \cdot 12{,}1}$

Pavyzdys. $\sqrt{4{,}9 \cdot 360} = \sqrt{0{,}49 \cdot 3600} = \sqrt{0{,}49} \cdot \sqrt{3600} = 0{,}7 \cdot 60 = 42.$

---

168. Atlikite veiksmus:

a) $\sqrt{196 \cdot 0{,}64 \cdot 2500}$ b) $\sqrt{0{,}04 \cdot 0{,}49 \cdot 6{,}25}$

c) $\sqrt{0{,}49 \cdot 87 + 0{,}49 \cdot 82}$ d) $\sqrt{144 \cdot 1{,}21 - 0{,}4 \cdot 144}$

e) $\sqrt{8 \cdot 162} + \sqrt{486 \cdot 96}$ f) $\sqrt{363 \cdot 507} - \sqrt{750 \cdot 270}$

169. Apskaičiuokite:

a) $\sqrt{3^2 + 4^2}$ b) $\sqrt{6^2 + 8^2}$ c) $\sqrt{12^2 + 5^2}$

d) $\sqrt{17^2 - 8^2}$ e) $\sqrt{25^2 - 7^2}$ f) $\sqrt{13^2 - 5^2}$

170. Apskaičiuokite reiškinių reikšmes:

a) $8^{-2} \cdot 4^4$ b) $9^{-6} \cdot 27^5$ c) $125^{-1} \cdot 25^2$

d) $(6^2)^6 : 6^{13}$ e) $(12^{-1})^2 : 12^0$ f) $(10^3)^2 : 10^{-5}$

g) $\frac{(2^3)^5 \cdot (2^{-6})^2}{4^2}$ h) $\frac{(3^{-2})^3 \cdot 9^4}{(3^3)^2}$ i) $\frac{(8^3)^{-1} \cdot 64}{8^{-2}}$

171. Atstumas nuo Saulės iki Saturno yra milijardas keturi šimtai dvidešimt aštuoni milijonai kilometrų. Paminėtas skaičius parašytas standartine išraiška. Nurodykite teisingą atsakymą:

A $1428 \cdot 10^6$ **B** $142{,}8 \cdot 10^6$ **C** $1{,}428 \cdot 10^9$ **D** $0{,}1428 \cdot 10^{10}$

172. Apskaičiuokite ir palyginkite reiškinių $a^2 - b^2$ ir $5ab^3$ reikšmes, kai

a) $a = 2$, $b = -3$; b) $a = 0$, $b = 1$.

173. Kubo paviršiaus plotas lygus 150 cm^2. Kam lygi kubo briauna?

174. a) Jeigu dvi lygiagretainio kraštinės lygios $3\frac{1}{2}$ cm ir $2\frac{1}{4}$ cm, tai jo perimetras lygus:

A 5,75 cm **B** 10,15 cm **C** 11,15 cm **D** 11,05 cm **E** 11,5 cm

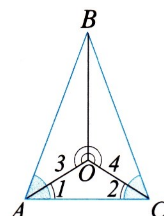
b) Jeigu vienas lygiagretainio kampas yra 51°, tai kiti kampai yra:

A 51°, 129°, 129° **B** 49°, 129°, 129° **C** 51°, 131°, 131°

c) Jei lygiagretainio dviejų kampų suma lygi 100°, tai kitų dviejų kampų suma lygi:

A 80° **B** 260° **C** 180° **D** 130° **E** 200°

175. Duota: $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$.
Įrodykite: $AB = BC$, $\angle BAC = \angle BCA$.



176. Koks skaičius turėtų būti parašytas klaustuko vietoje?

a)

	24	
15	?	
9	6	3

b)

	34	
13	21	
12	?	20

177. Raskite x:

a) $\frac{1}{3} : \frac{1}{12} = \frac{1}{4} : x$; b) $1\frac{1}{3} : 5\frac{2}{9} = x : 4{,}7$; c) $1 : x = x : 1$.

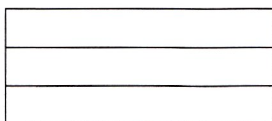
178. Iš pieno fermos 14% viso primelžto pieno buvo išvežta į vaikų darželį ir $\frac{2}{21}$ viso primelžto pieno – į mokyklą. Kiek pieno buvo išvežta į mokyklą, jei į vaikų darželį išvežta 147 litrai?

179. Meistras ir jo mokinys per valandą kartu pagamina 17 detalių. Meistras dirbo 4 h, o jo mokinys 2 h, ir abu pagamino iš viso 54 detales.

a) Kiek detalių per valandą pagamina mokinys ir kiek meistras?
b) Kiek detalių pagamino meistras?
c) Kiek procentų meistro pagamintų detalių sudaro mokinio pagamintos detalės?
d) Kiek procentų visų pagamintų detalių sudaro meistro pagamintos detalės?

180. Raskite DBD(36; 256) ir MBK(36; 256).

181. Kiek stačiakampių yra brėžinyje?



A 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6 **E** 7

182. Mokiniai turėjo nuspalvinti piešinį viena iš keturių spalvų: raudona, žalia, ruda arba mėlyna. Kaip jie pasirinko spalvas, parodyta lentelėje.

Spalva	Pasirinkimų skaičius
Raudona	85
Žalia	70
Ruda	30
Mėlyna	12

a) Pavaizduokite duomenis stulpeline diagrama.
b) Kiek iš viso buvo mokinių?
c) Koks procentas mokinių rinkosi kiekvieną spalvą?
d) Procentais išreikštus duomenis pavaizduokite skrituline diagrama.

3 Kvadratinė šaknis iš a^2

Raskime reiškinio $\sqrt{a^2}$ reikšmes, kai $a = 4$ ir $a = -4$:

$$\sqrt{4^2} = \sqrt{16} = 4; \qquad \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4.$$

Abiem atvejais teisingos lygybės:

$$\sqrt{4^2} = |4|; \qquad \sqrt{(-4)^2} = |-4|.$$

Apskritai, tiek su neneigiamaisiais, tiek su neigiamaisiais a yra teisinga lygybė:

$$\boxed{\sqrt{a^2} = |a|}$$

Iš tikrųjų, dešinės pusės kvadratas lygus pošakniui: $|a|^2 = a^2$.

Šią taisyklę galima parašyti atskirai neneigiamiems ir neigiamiems a:

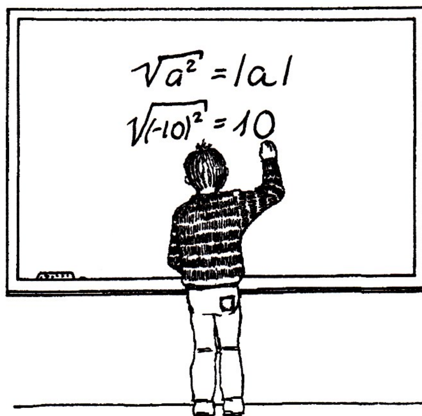
- kai $a \geqslant 0$, tai $\sqrt{a^2} = a$;
- kai $a < 0$, tai $\sqrt{a^2} = -a$.

Taisyklę galima taikyti traukiant šaknį iš laipsnio, kurio rodiklis yra lyginis. Pavyzdžiui:

$$\sqrt{2^6} = \sqrt{\left(2^3\right)^2} = 2^3 = 8;$$

$$\sqrt{1024 \cdot 625} = \sqrt{2^{10} \cdot 5^4} = \sqrt{\left(2^5\right)^2} \cdot \sqrt{\left(5^2\right)^2} = 2^5 \cdot 5^2 = 32 \cdot 25 = 800;$$

$$\sqrt{a^6} = \sqrt{\left(a^3\right)^2} = \left|a^3\right|.$$



Pratimai ir uždaviniai

183. Apskaičiuokite:

a) $\sqrt{0{,}2^2}$ b) $\sqrt{17^2}$ c) $\sqrt{8^2}$
d) $\sqrt{(-1)^2}$ e) $\sqrt{(-6)^2}$ f) $\sqrt{(-5)^2}$
g) $-\sqrt{100^2}$ h) $-\sqrt{9^2}$ i) $-\sqrt{15^2}$

184. Apskaičiuokite reiškinių reikšmes:

a) $\sqrt{0{,}01}\cdot\sqrt{20^2}$ b) $-\sqrt{0{,}3^2}+\sqrt{0{,}64}$ c) $\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2}-\sqrt{0{,}6^2}$
d) $\sqrt{30^2}:\sqrt{\frac{9}{100}}$ e) $-\sqrt{25^2}+\sqrt{144}$ f) $\sqrt{(-7)^2}-\sqrt{\frac{4}{49}}$

185. Raskite reiškinių reikšmes:

a) $\sqrt{3^4}$ b) $\sqrt{2^8}$ c) $\sqrt{10^6}$
d) $\sqrt{2^6\cdot 3^2}$ e) $\sqrt{3^4\cdot 5^4}$ f) $\sqrt{(-7)^2\cdot 4^4}$
g) $\sqrt{2^3\cdot 32}$ h) $\sqrt{27\cdot 3^3}$ i) $\sqrt{128\cdot 2^3}$
j) $\sqrt{729\cdot 2^4}$ k) $\sqrt{25^0\cdot 11^4}$ l) $\sqrt{8^6\cdot(-3)^4}$

186. Pošaknį išreiškę pirminių dauginamųjų laipsnių sandauga, apskaičiuokite:
a) $\sqrt{5625}$; b) $\sqrt{3969}$; c) $\sqrt{28561}$; d) $\sqrt{58564}$.

187. Atlikite veiksmus:

a) $0{,}5\sqrt{121}+3\sqrt{0{,}81}$ b) $\sqrt{400}+\left(4\sqrt{0{,}5}\right)^2$
c) $\left(-2\sqrt{2}\right)^2-10\sqrt{0{,}04}$ d) $0{,}3\sqrt{5^6}-\frac{1}{3}\left(\sqrt{12}\right)^2$
e) $\left(3\sqrt{11}\right)^2-\sqrt{2^6\cdot 10^2}$ f) $\left(2\sqrt{6}\right)^2+\left(-3\sqrt{2}\right)^2$
g) $\sqrt{0{,}49}\cdot 2\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2$ h) $-0{,}1\left(\sqrt{120}\right)^2:\left(\frac{1}{2}\sqrt{20}\right)^2$

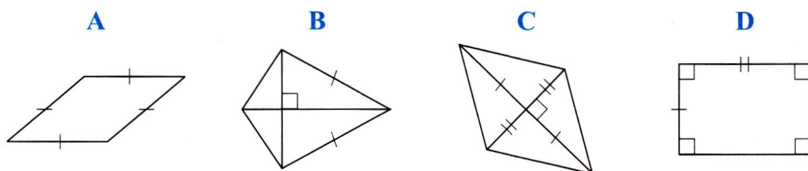
188. Suprastinkite reiškinius:

a) $\sqrt{x^2}$ b) $3\sqrt{y^2}$ c) $-0{,}2\sqrt{a^2}$
d) $\sqrt{m^4}$ e) $\frac{1}{3}\sqrt{x^6y^6}$ f) $0{,}1\sqrt{a^8b^{10}}$
g) $-\frac{1}{4}\sqrt{16c^{12}}$ h) $\sqrt{\frac{25x^2}{y^4}}$ i) $3\sqrt{\frac{c^6}{9}}$

189. Parašykite žemiau paminėtus skaičius standartine išraiška:

a) vandens molekulės skersmuo apytiksliai yra 0,000000028 cm;
b) muilo burbulo plėvelės storis apytiksliai yra 0,00000006 cm.

190. a) Kurios figūros yra rombai?



b) Jeigu lygiagretainio įstrižainės lygios ir viena kitai statmenos, tai tas lygiagretainis yra:

A kvadratas **B** stačiakampis **C** rombas

c) Jeigu lygiagretainio įstrižainė dalija jo kampą pusiau, tai to lygiagretainio kampas tarp įstrižainių yra lygus:

A 30° **B** 45° **C** 60° **D** 90°

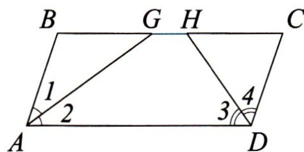
d) Jeigu rombo įstrižainė su jo kraštine sudaro 36° kampą, tai rombo bukasis kampas yra lygus:

A 54° **B** 72° **C** 108° **D** 118° **E** 144°

e) Jeigu rombo įstrižainė lygi jo kraštinei, tai rombo kampai yra:

A 60°, 60°, 120°, 120° **B** 45°, 45°, 135°, 135°
C 90°, 90°, 90°, 90° **D** 30°, 30°, 150°, 150°

191. Duota: $ABCD$ — lygiagretainis,
$AD = 8$ dm, $AB = 3$ dm,
$\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$.
Raskite: GH.



192. Sidabrinio žiedo praba yra 840. Apskaičiuokite, kiek gramų gryno sidabro yra žiede, kurio masė 5 g.

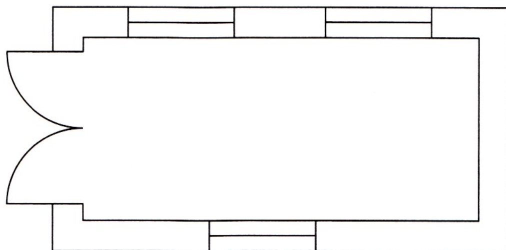
193. Ūkininkas planavo suarti lauką per 14 dienų. Iš tikrųjų, jis suardavo kasdien 5 ha daugiau, negu planavo, ir suarė lauką per 12 dienų.

a) Po kiek hektarų per dieną ūkininkas planavo suarti?
b) Po kiek hektarų per dieną ūkininkas suarė?
c) Koks suarto lauko plotas?

194. Iš 6 kg sėmenų išspaudžiama 2,7 kg aliejaus. Kiek aliejaus galima išspausti iš 34 kg sėmenų?

195. Naudodamiesi skaitmenimis 1, 2, 3 ir jų nekartodami, parašykite visus galimus:
a) dviženklius; b) triženklius skaičius.

196. Plane pavaizduotas garažo planas, kurio mastelis 1 : 200.



a) Kiek garaže langų, durų?
b) Koks garažo ilgis?
c) Koks garažo plotis?
d) Koks grindų plotas?

e) Garažo grindys išbetonuotos 15 cm storio betono sluoksniu. Kiek kubinių metrų betono sunaudota grindims išbetonuoti?

197. XIX amžiaus matematikas de Morganas į klausimą, kiek jam metų, atsakė: „Man x^2 metais buvo x metų." Kuriais metais jis gimė?

198. Fizikoje, chemijoje, astronomijoje dažnai operuojama „skaičiais milžinais", kuriuos labai sunku įsivaizduoti.
Pavyzdžiui, molekulių skaičių viename medžiagos molyje — *Avogadro skaičių* $6 \cdot 10^{23}$, padeda įsivaizduoti toks pavyzdys: tolygiai išskirsčius vieną stiklinę „žymėtųjų" vandens molekulių visuose penkiuose Žemės vandenynuose, kiekvienoje vandenyno vandens stiklinėje būtų ne mažiau kaip 500 „žymėtųjų" molekulių.
Skaičiui 10^{100} pavadinimą *gugolas* davė matematikas E. Kasneris. Gugolą įsivaizduoti galima palyginus jį su mūsų Visatos elementariųjų dalelių kiekiu — jis lygus „tik" 10^{88}.
Atsakykite į klausimus:
a) Kelis molius medžiagos reikėtų tolygiai išskirstyti penkiuose Žemės vandenynuose, kad kiekvienoje vandenyno vandens stiklinėje aptiktume ne mažiau kaip 1000 tos medžiagos molekulių? ne mažiau kaip 100 tos medžiagos molekulių?
b) Kelios Visatos (panašios į mūsų Visatą) „turėtų" gugolą elementariųjų dalelių?

4 Reiškinių su kvadratinėmis šaknimis pertvarkymas

Pertvarkykime reiškinį $\frac{\sqrt{18}}{3}$:

$$\frac{\sqrt{18}}{3} = \frac{\sqrt{2 \cdot 9}}{3} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{9}}{3} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}.$$

Čia $\sqrt{18}$ pakeitėme skaičių 3 ir $\sqrt{2}$ sandauga. Toks pertvarkymas vadinamas *dauginamojo iškėlimu prieš šaknies ženklą.*
Kartais reikia atlikti atvirkščią veiksmą — *įkelti dauginamąjį po šaknies ženklu*, pavyzdžiui:

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18};$$

$$4\sqrt{\frac{7}{8}} = \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{\frac{7}{8}} = \sqrt{4^2 \cdot \frac{7}{8}} = \sqrt{\frac{4^2 \cdot 7}{8}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 7}{8}} = \sqrt{2 \cdot 7} = \sqrt{14}.$$

Apskritai, yra teisinga lygybė:

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b} \quad (a \geqslant 0, b \geqslant 0)$$

Pavyzdžiui:

$$2\sqrt{0{,}5} = \sqrt{2^2 \cdot 0{,}5} = \sqrt{4 \cdot 0{,}5} = \sqrt{2};$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5};$$

$$-\frac{1}{3}\sqrt{27} = -\frac{1}{3}\sqrt{9 \cdot 3} = -\frac{1}{3}\sqrt{3^2 \cdot 3} = -\frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{3} = -\sqrt{3}.$$

Kairėje lentelės pusėje parodyta, kaip pertvarkomi skaitiniai reiškiniai su kvadratinėmis šaknimis, o dešinėje – analogiški veiksmai su raidiniais reiškiniais.

$4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$	$4a + 5a = 9a$
$5\sqrt{3} - \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$	$5a - a = 4a$
$2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{3} = 6 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{15}$	$2a \cdot 3b = 6ab$

Pratimai ir uždaviniai

199. Iškelkite dauginamąjį prieš šaknies ženklą:

a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{20}$ c) $\sqrt{80}$ d) $\sqrt{45}$

e) $-\sqrt{125}$ f) $\sqrt{343}$ g) $\sqrt{180}$ h) $\sqrt{432}$

i) $3\sqrt{8}$ j) $5\sqrt{18}$ k) $6\sqrt{24}$ l) $-4\sqrt{75}$

m) $\frac{1}{2}\sqrt{8}$ n) $-\frac{1}{4}\sqrt{48}$ o) $-0{,}3\sqrt{300}$ p) $0{,}5\sqrt{50}$

200. Raskite sumą; skirtumą; sandaugą; dalmenį; kvadratų sumą; kvadratų skirtumą skaičių:

a) $\sqrt{27}$ ir $\sqrt{3}$; b) $\sqrt{8}$ ir $\sqrt{2}$.

201. Iškėlę dauginamąjį prieš šaknies ženklą, nustatykite, kuris skaičius didesnis:

a) $2\sqrt{5}$ ar $\sqrt{45}$; b) $3\sqrt{2}$ ar $\sqrt{8}$; c) $4\sqrt{7}$ ar $\sqrt{63}$; d) $11\sqrt{2}$ ar $\sqrt{72}$.

202. Iškėlę dauginamąjį prieš šaknies ženklą, atlikite veiksmus ir suprastinkite:

a) $3\sqrt{12}+4\sqrt{27}$ b) $6\sqrt{2}-4\sqrt{18}$

c) $\sqrt{12}+3\sqrt{27}-2\sqrt{48}$ d) $3\sqrt{45}+5\sqrt{20}-4\sqrt{75}$

e) $\frac{2}{3}\sqrt{27}-\frac{1}{2}\sqrt{12}$ f) $\frac{3}{5}\sqrt{75}+\frac{\sqrt{27}}{3}$

Pavyzdys. $\frac{1}{5}\sqrt{50}+\sqrt{8}=\frac{1}{5}\sqrt{2\cdot 25}+\sqrt{2\cdot 4}=\frac{5\sqrt{2}}{5}+2\sqrt{2}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}.$

---

203. Įkelkite dauginamąjį po šaknies ženklu:

a) $5\sqrt{3}$ b) $4\sqrt{7}$ c) $9\sqrt{10}$ d) $2\sqrt{15}$

e) $0{,}1\sqrt{1000}$ f) $\frac{1}{4}\sqrt{32}$ g) $\frac{2}{3}\sqrt{18}$ h) $3\sqrt{\frac{1}{3}}$

204. Išdėstykite skaičius didėjimo tvarka:

a) $3\sqrt{3},\ 4\sqrt{2},\ 2\sqrt{6},\ \sqrt{28}$ b) $5\sqrt{2},\ \sqrt{56},\ 3\sqrt{7},\ 2\sqrt{15}$

c) $6\sqrt{0{,}2},\ \sqrt{39},\ \frac{1}{5}\sqrt{125}$ d) $11\sqrt{0{,}5},\ \sqrt{91},\ \frac{3}{4}\sqrt{160}$

205. Netraukdami šaknies, nustatykite, kurios nelygybės teisingos:

a) $2\sqrt{3}<3\sqrt{2}$; b) $5\sqrt{4}<4\sqrt{5}$; c) $3\sqrt{5}>4\sqrt{3}$; d) $7\sqrt{5}>3\sqrt{7}$.

206. Raskite $a \cdot b$, kai:

a) $a = \sqrt{12}$, $b = \sqrt{3}$; b) $a = \sqrt{5}$, $b = \sqrt{45}$.

207. Apskaičiuokite racionaliausiu būdu:

a) $34{,}4 - (18{,}1 - 5{,}6) + (-11{,}9 + 8)$; b) $-2{,}86 \cdot \frac{6}{7} - \frac{6}{7} \cdot 0{,}64$.

208. Suprastinkite reiškinį $3(x-2)+2(2-x)$ ir nurodykite teisingą atsakymą.

A $5x - 10$ **B** $2x - 2$ **C** $x + 2$ **D** $x - 2$ **E** $5x + 5$

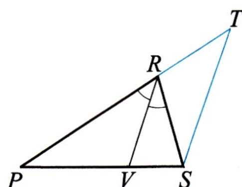
209. Apskaičiuokite:

a) $|-7| - 3\frac{5}{9}$; b) $1 - 35{,}7 : |-34|$.

210. Darbininkui mokamas tarifinis atlyginimas. Už 175 h per mėnesį jis uždirbo 1155 Lt. Darbininko atlyginimo neapmokestinamasis minimumas yra 242 Lt.

a) Koks yra valandinis atlygis darbininkui?
b) Kiek darbininkas moka pajamų mokesčio?
c) Kiek darbininkas moka mokesčio SODRAI?
d) Kiek litų gavo darbininkas, atskaičiavus mokesčius?

211. Duota: $RV \parallel TS$, $\angle PRV = \angle VRS$.
Įrodykite: $RT = RS$.



212. Dviženklio natūraliojo skaičiaus skaitmenų suma lygi 13. Dešimčių skaitmuo 3 didesnis už vienetų skaitmenį. Raskite šį skaičių.

213. Koordinačių plokštumoje nubraižykite atkarpą MN ir tiesę AK, jeigu $M(-4; 6)$, $N(-1; 0)$, $A(-8; -1)$, $K(6; 6)$.

214. Vienas traktorius lauką gali suarti per 8 dienas, o kitas — per 12 dienų. Per kiek laiko gali suarti šį lauką abu traktoriai kartu?

215. Nustatykite dėsningumą ir pratęskite skaičių ir raidžių eilutę vienu skaičiumi ir viena raide:
3; D; 9; H; 15; L; ...

216. Kokio skaičiaus trūksta eilėje?



Pasitikrinkite

1. Naudodamiesi natūraliųjų skaičių nuo 11 iki 99 kvadratų lentele, raskite:

a) $\sqrt{196}$ b) $\sqrt{169}$ c) $\sqrt{361}$ d) $\sqrt{529}$

e) $\sqrt{1764}$ f) $\sqrt{5041}$ g) $\sqrt{2{,}89}$ h) $\sqrt{0{,}0361}$

2. Raskite skaičių, kurio kvadratinės šaknies reikšmė lygi:

10; 1,1; $\frac{2}{3}$; 0,1; $1\frac{2}{3}$.

3. Koks ženklas ($>$, $<$, $=$) turėtų būti parašytas kvadratėlio vietoje:

a) $\sqrt{12}$ ■ $2\sqrt{3}$; b) $-2\sqrt{5}$ ■ $-3\sqrt{5}$; c) 0 ■ $\sqrt{0{,}001}$?

4. Apskaičiuokite:

a) $\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2$; b) $(-\sqrt{7})^2$; c) $\frac{(\sqrt{3})^2}{2}$; d) $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$; e) $\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$.

5. Atlikite veiksmus:

a) $\sqrt{16 \cdot 25}$ b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$ c) $3\sqrt{\frac{64}{81}}$ d) $\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{40}}$

e) $\sqrt{32 \cdot 50}$ f) $\sqrt{108} \cdot \sqrt{3}$ g) $4\sqrt{\frac{169}{196}}$ h) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}}$

i) $\sqrt{63 \cdot 7}$ j) $\sqrt{0{,}2} \cdot \sqrt{1\frac{4}{5}}$ k) $0{,}4\sqrt{\frac{0{,}09}{0{,}16}}$ l) $\frac{\sqrt{999}}{\sqrt{111}}$

6. Apskaičiuokite:

a) $\sqrt{(0{,}5)^2}$ b) $\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^4}$ c) $\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^{10}}$

d) $\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2}$ e) $\sqrt{\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right)^2}$ f) $\sqrt{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\right)^2}$

7. Apskaičiuokite ir palyginkite reiškinių $\sqrt{x+y}$ ir $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ reikšmes, kai:

a) $x = 36$, $y = 64$; b) $x = 25$, $y = 144$.

8. Iškelkite dauginamąjį prieš šaknies ženklą:

a) $\sqrt{28}$; b) $\sqrt{96}$; c) $-\sqrt{18}$; d) $\sqrt{5^6 \cdot 11}$; e) $-\sqrt{3 \cdot 7^4}$; f) $\sqrt{13 \cdot 2^8}$.

9. Iškėlę dauginamąjį prieš šaknies ženklą, nustatykite, kuris skaičius didesnis:

a) $2\sqrt{2}$ ar $\sqrt{8}$; b) $\sqrt{80}$ ar $2\sqrt{5}$; c) $\sqrt{12}$ ar $5\sqrt{3}$; d) $5\sqrt{6}$ ar $\sqrt{24}$.

10. Įkelkite dauginamąjį po šaknies ženklu:

a) $3\sqrt{5}$; b) $4\sqrt{2}$; c) $2\sqrt{3}$; d) $\frac{2}{3}\sqrt{18}$; e) $10\sqrt{0{,}001}$; f) $5\sqrt{\frac{1}{5}}$.

11. Atlikite veiksmus:

a) $2\sqrt{81}+4\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2$ b) $-3\left(\sqrt{10}\right)^2-30$ c) $3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}$

d) $2\sqrt{5}\cdot\left(-\sqrt{5}\right)$ e) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$ f) $\frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{1000}}$

12. Raskite skaičių $\sqrt{5}$ ir $\sqrt{20}$ sumą; skirtumą; sandaugą; dalmenį; kvadratų sumą; kvadratų skirtumą.

13. Suprastinkite reiškinius:

a) $\sqrt{28}-2\sqrt{7}$ b) $\sqrt{12}+2\sqrt{27}$ c) $2\sqrt{20}-3\sqrt{45}$

d) $\sqrt{125}\cdot 3\sqrt{80}$ e) $4\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}$ f) $2\sqrt{96}:2\sqrt{24}$

14. Suprastinkite, apskaičiuokite skaičiuokliu ir gautus rezultatus suapvalinkite iki dešimtųjų:



a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}$; b) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}}$; c) $\frac{1}{6}\sqrt{27}$; d) $\sqrt{3^2+7^2}$.

15. Išspręskite lygtis:

a) $2x-5=4-3(x-2)$; b) $\frac{1}{2}:x=3\frac{1}{2}:2\frac{1}{3}$.

16. Apskaičiuokite jums patogiu būdu:

a) $\frac{2}{3}\cdot(-3{,}07)-5{,}93\cdot\frac{2}{3}$; b) $25{,}7-(16{,}2-4{,}3)+(5-8{,}8)$.

17. Parašykite visus keturženklius $\overline{1{*}3{*}}$ pavidalo skaičius, kurie dalijasi iš: a) 10; b) 9.

18. Sargui mokamas tarifinis atlyginimas 5,2 Lt už valandą. Per mėnesį jis budėjo 165 h. Sargo atlyginimo neapmokestinamasis minimumas 242 Lt.

a) Koks sargui priskaičiuotas mėnesio atlyginimas?
b) Kiek sargas moka pajamų mokesčio?
c) Kiek sargas moka mokesčio SODRAI?
d) Kiek litų gavo sargas atskaičiavus mokesčius?

19. Raskite MBK(36; 54) ir DBD(36; 54).

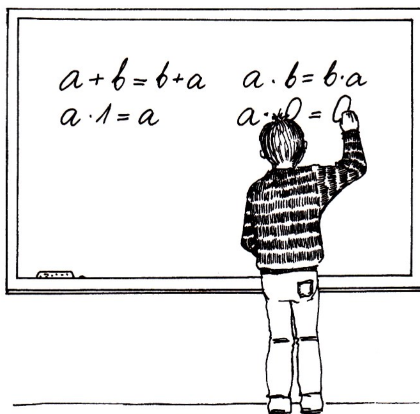
20. Viena stačiakampio kraštinė 7 cm ilgesnė už kitą. Šio stačiakampio perimetras lygus 78 cm.

a) Raskite stačiakampio kraštines.
b) Apskaičiuokite stačiakampio plotą.

3 REIŠKINIŲ PERTVARKYMAI



1 Tapatūs reiškinių pertvarkymai. Tapatybė



Lentoje užrašytos kai kurios skaičių veiksmų savybės. Šios lygybės yra teisingos su visomis galimomis kintamųjų reikšmėmis. Sakysime, kad šie reiškiniai yra tapačiai lygūs, o jų lygybę vadinsime *tapatybe*.

Reiškiniai, kurių reikšmės yra lygios su visomis galimomis kintamųjų reikšmėmis, vadinami tapačiai lygiais.

1 užduotis. Užrašykite tapatybėmis kitas jums žinomas skaičių veiksmų savybes.

2 užduotis. Užpildykite lentelę:

x	y	$2x + y$	$x + 2y$
0	0		
1	2		
2	2		
10	−10		
−5	−5		

? Ar reiškiniai $2x + y$ ir $x + 2y$ yra tapačiai lygūs?

Tapatybėmis laikomos ir teisingos skaitinių reiškinių lygybės, pavyzdžiui,

$$4 + (-10) = -6, \quad 3 \cdot \frac{1}{3} = 1.$$

Kai reiškinį pakeičiame jam tapačiai lygiu paprastesniu reiškiniu, tai sakome, kad reiškinį suprastinome.
Kai kuriuos tapačiuosius pertvarkymus jau mokame atlikti: tai panašių dėmenų sutraukimas, atskliautimas, bendro dauginamojo iškėlimas už skliaustų.
Pavyzdžiui:

$2a - 3b + a + 2b = 3a - b$ (sutraukėme panašiuosius narius)
$4(x - 1) = 4x - 4$ (atskliautėme)
$5p + 10q - 5 = 5(p + 2q - 1)$ (iškėlėme bendrą dauginamąjį prieš skliaustus)

Tapatūs pertvarkymai vartojami apskaičiuojant reiškinių reikšmes, prastinant trupmenas, sprendžiant lygtis ir kitus uždavinius.

1 PAVYZDYS. Apskaičiuokime reiškinio $\frac{3a+3b}{6}$ reikšmę, kai $a = 5$, $b = 7$.
Pirmiausia reiškinį suprastinkime:

$$\frac{3a + 3b}{6} = \frac{3(a + b)}{6} = \frac{a + b}{2}.$$

Kai $a = 5$, $b = 7$, tai

$$\frac{a + b}{2} = \frac{5 + 7}{2} = 6.$$

2 PAVYZDYS. Išspręskime lygtį $13x - 4x = 18$:

$$13x - 4x = 18,$$
$$9x = 18,$$
$$x = 2.$$

3 PAVYZDYS. Įsitikinkime, kad lygybė $2(3{,}8x - 4) - 3{,}5(2 - 4x) = 3(7{,}2x - 5)$ yra tapatybė.
Suprastinkime kairę, paskui dešinę lygybės puses:

$$2(3{,}8x - 4) - 3{,}5(2 - 4x) = 7{,}6x - 8 - 7 + 14x = 21{,}6x - 15;$$
$$3(7{,}2x - 5) = 21{,}6x - 15.$$

Lygybė yra tapatybė, nes kairioji ir dešinioji lygybės pusės yra lygios su visomis x reikšmėmis.

Pratimai ir uždaviniai

217. Pasakykite, kuriomis veiksmų savybėmis remiantis galima teigti, kad šie reiškiniai yra tapačiai lygūs:

a) $xy + 5a$ ir $5a + xy$
b) $(b + x) + y$ ir $b + (x + y)$
c) $-\frac{1}{3}m + \frac{1}{3}m$ ir 0
d) $(m + k) \cdot 0$ ir 0
e) $1{,}5(x - 0{,}2)$ ir $1{,}5x - 0{,}3$
f) $4(-x)^2$ ir $4x^2$

218. Parašykite tapatybėmis šiuos teiginius:
a) vienas kitam priešingų skaičių suma lygi nuliui;
b) skaičiaus ir vieneto sandauga lygi tam skaičiui;
c) vienas kitam priešingų skaičių moduliai yra lygūs;
d) kiekvieno skaičiaus kvadratas lygus jam priešingo skaičiaus kvadratui.

219. Parašykite kokią nors tapatybę:
a) tik su skaičiais; b) su vienu kintamuoju; c) su dviem kintamaisiais.

220. Ar tapačiai lygūs šie reiškiniai?

a) $2x + 7$ ir $2(x + 7)$
b) $x - y$ ir $y - x$
c) $(-x)^2$ ir $-x^2$
d) $(a + b) \cdot 0$ ir $a + b$
e) $-(a - b)$ ir $b - a$
f) $|3 - a|$ ir $|a - 3|$
g) $2\left(a + \frac{1}{2}b\right)$ ir $2a + b$
h) $(-x)^3$ ir $-x^3$
i) -5^2 ir $(-5)^2$

221. Kurios lygybės yra tapatybės?

a) $a + (-a) + b = b$
b) $a + (-b) = -b + a$
c) $-1 \cdot m + n = -m - n$
d) $|-10|x + |10|x = 0$
e) $3x + x = 4x$
f) $-0{,}99 \cdot 2{,}5 = (1 - 0{,}01) \cdot 2{,}5$
g) $7(a - a) = 7$
h) $84 \cdot 76 = (80 - 4)(80 + 4)$

222. Atskliauskite:

a) $0{,}5(2x - 4y + 8)$
b) $\frac{5}{11}(-22x - 33y + 55z)$
c) $(-6{,}2 + 2{,}4b + 3{,}5c) \cdot (-0{,}2)$
d) $-\frac{3}{7}(49x^2 - 14x + 7)$

223. Apskaičiuokite patogiausiu būdu:

a) $2{,}8 \cdot 1{,}6 + 7{,}2 \cdot 1{,}6$
b) $74 \cdot 1{,}4 - 1{,}4 \cdot 24$
c) $5{,}9 \cdot 2{,}6 + 5{,}9 \cdot 11{,}5 - 4{,}1 \cdot 5{,}9$
d) $3{,}4 \cdot 4{,}2 - 0{,}8 \cdot 4{,}2 + 2{,}4 \cdot 4{,}2$
e) $999 \cdot 15$
f) $0{,}98 \cdot 0{,}6$

224. Sutraukite panašiuosius narius:

a) $6a + 24a - a$

b) $5x - 20 + 8x - 24$

c) $-4{,}2a + 8b + 3{,}8a - 2b + 16$

d) $6x - 8y + 7{,}2x - 2{,}4 + 0{,}6y$

e) $\frac{1}{7}a + \frac{2}{7}b - \frac{1}{5}b + \frac{2}{5}a$

f) $6{,}2a - 6{,}2 + 7{,}4b - 7{,}4$

225. Iškelkite bendrą dauginamąjį už skliaustų:

a) $5{,}2a + 5{,}2b$

b) $18a + 6$

c) $11 + 22x - 33a$

d) $20a - 5 + 25x$

226. Atskliauskite ir sutraukite panašiuosius narius:

a) $2(x + y) - 3(x - y)$;

b) $5(a + b) + 5(a - b)$;

c) $8(3x + 4y) - 6(5x - 4y) + (x + y)$;

d) $3(a + b) + 4(x - y) - (x - y) + (-a - 7b)$.

227. Suprastinkite reiškinį ir apskaičiuokite jo reikšmę:

a) $\left(a^8 \cdot a^{10}\right) : \left(a^2 \cdot a^{10} \cdot a^4\right)$, kai $a = 9$;

b) $\left(a^5 \cdot a^{-3}\right)^5 : \left(a^2 \cdot a^3\right)^2$, kai $a = 121$;

c) $\frac{(a^5 \cdot a^3)^3 \cdot a^6}{(a^5)^2 \cdot a^{15}}$, kai $a = -95$;

d) $\frac{(a^{-20} \cdot a^{15})^4 \cdot a^{-5}}{(a^6)^{-3} \cdot (a^{-2})^3}$, kai $a = 3$.

228. Įsitikinkite, kad šios lygybės yra tapatybės:

a) $8x - (3x + 20) = 5(x - 4)$;

b) $-9a + (-56 - 5a) = 7(-8 - 2a)$;

c) $2(-25{,}5 + 16x) = 7(2x - 3) - 6(5 - 3x)$;

d) $\frac{1}{6}(24 - 3y) = 4\left(1\frac{1}{4} + \frac{1}{24}y\right) - 2\left(\frac{1}{3}y + \frac{1}{2}\right)$.

229. Kokie skaičiai turėtų būti parašyti debesėlių vietoje, kad gautumėte tapatybes:

a) $(4x - 5) - (3x - 3) = x - \ldots$;

b) $-(3x + 2) - (x + 3) = \ldots x + \ldots$;

c) $0{,}5(2{,}6x - 4) + 0{,}2(\ldots x + \ldots) = 14x + 10$;

d) $\frac{1}{5}(\ldots x + 20) + \frac{2}{3}(6x - 30) = 7x - \ldots$?

230. Išspręskite lygtis:

a) $-42 - (x + 54) = 101$

b) $-(-y + 0{,}42) + 4{,}2 = 8{,}78$

c) $2(x - 1) + 3 = -3(2 - 3x)$

d) $5(-x + 2) = 8 - 3(2x + 1)$

231. Su kuria kintamojo reikšme:

a) reiškinio $4(2-5x)$ reikšmė dviem vienetais didesnė už reiškinio $3(5x-8)$ reikšmę?

b) reiškinio $-2(4x+1)$ reikšmė penkiais vienetais mažesnė už reiškinio $5(0{,}4x+3{,}2)$ reikšmę?

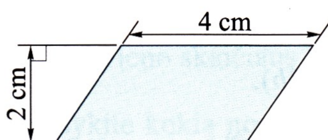
c) reiškinio $7x+5$ reikšmė tris kartus mažesnė už reiškinio $15x-21$ reikšmę?

d) reiškinio $11-0{,}2x$ reikšmė keturis kartus didesnė už reiškinio $0{,}05x+7$ reikšmę?

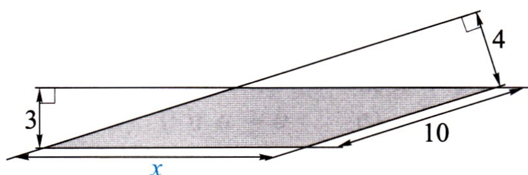
232. Suprastinkite reiškinį:

a) $\sqrt{3}+\sqrt{12}-\sqrt{27}$; b) $3\sqrt{12}+2\sqrt{3}-2\sqrt{27}$.

233. a) Apskaičiuokite lygiagretainio plotą:

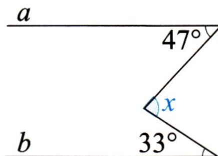


b) Raskite lygiagretainio nežinomą kraštinę:

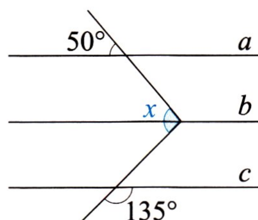


234. Raskite kampą x:

a) $a \parallel b$



b) $a \parallel b \parallel c$



235. Lauko plotas 26 ha. Bulvėmis užsodinta 35% šio ploto. Žirniais apsėta 20% likusio ploto.

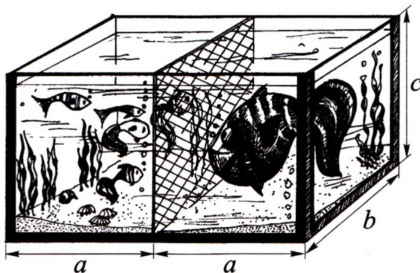
a) Kiek hektarų lauko užima bulvės?

b) Kiek hektarų lauko apsėta žirniais?

236. Saulė turi 4 sukneles ir 2 poras batukų. Keliais skirtingais būdais ji gali apsirengti?

2 Vienanariai ir daugianariai. Jų daugyba

Stačiakampio gretasienio formos akvariumo, kurio matmenys nurodyti paveiksle, tūrį gausime sudauginę ilgį $a + a$, plotį b ir aukštį c.



$V = 2abc$

Sandaugoje $2abc$ yra keturi dauginamieji, iš kurių pirmasis yra skaitinis, o kiti trys — raidiniai. Tokios sandaugos vadinamos vienãnariais, pavyzdžiui:

$$3xy, \quad -2am, \quad \frac{1}{5}a \cdot (-4)b, \quad 7abc.$$

Vienanariais taip pat laikomi skaičiai, kintamieji ir jų laipsniai, pavyzdžiui:

$$-8, \quad k, \quad 5^2, \quad x^4.$$

Skaičių, kintamųjų ir jų laipsnių sandaugos vadinamos vienãnariais.

Remdamiesi daugybos perstatymo ir jungimo dėsniu, suprastinkime vienanarį:

$$5a^2b \cdot (-3)ab^3 = 5 \cdot (-3)a^2abb^3 = -15a^3b^4.$$

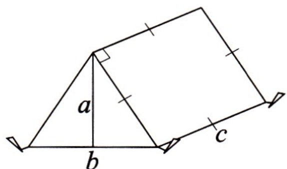
Vienanarį išreiškėme skaitinio dauginamojo ir įvairių kintamųjų laipsnių sandauga; sakoma, kad jį užrašėme *standartine išraiška.*
Standartiškai užrašyto vienanario skaitinis dauginamasis vadinamas vienanario *koeficientu*, pavyzdžiui,

vienanario $-15a^3b^4$ koeficientas yra -15;
vienanario $-a$ koeficientas yra -1.



Kokie šių vienanarių: $8a$; $\frac{1}{3}pax$; $-2ab$; a^2; $-y^3$ koeficientai?

Apskaičiuokime brėžinyje pavaizduotos palapinės su dugnu paviršiaus plotą. Matome, kad palapinė yra trikampės prizmės formos. Jos paviršius:



$$S_{pav} = 2 \cdot \frac{1}{2}ab + 2 \cdot c^2 + bc = ab + 2c^2 + bc.$$

Gautą reiškinį sudaro trijų vienanarių ab, $2c^2$ ir bc suma.

Daugiãnariu vadinama vienãnarių algebrinė suma.

Jeigu daugianarį sudaro du nariai, tai jis vadinamas dvinariu, jei trys — trinariu ir t. t. Pavyzdžiui, reiškinys $2x^2 + 4x - 7$ yra trinaris su vienu kintamuoju x.

? Užrašykite: a) dvinarį su vienu kintamuoju; b) trinarį su dviem kintamaisiais; c) keturnarį su vienu kintamuoju.

Remdamiesi daugybos skirstymo dėsniu, padauginkime vienanarį $3a$ iš dvinario $a + 2b$:

$$3a(a + 2b) = 3a \cdot a + 3a \cdot 2b = 3a^2 + 6ab.$$

Dauginant vienanarį iš daugianario, reikia vienanarį padauginti iš daugianario kiekvieno nario ir gautas sandaugas su atitinkamais ženklais sudėti.

Užrašykime tai simboliais:

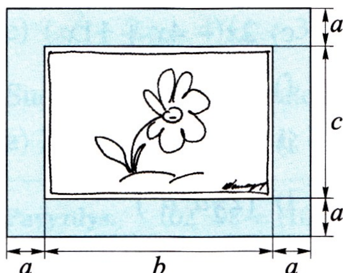
$$\square(\triangle + \bigcirc + \triangledown + \dots + \diamond) = \square \cdot \triangle + \square \cdot \bigcirc + \square \cdot \triangledown + \dots + \square \cdot \diamond.$$

Pavyzdžiui,

$$p(3x + p - 2y^2) = p \cdot 3x + p \cdot p - p \cdot 2y^2 = 3px + p^2 - 2py^2.$$

? Padauginkite vienanarį a iš keturnario $x - y + z + k$.

Apskaičiuokime ant sienos pakabinto paveikslo su rėmais plotą. Paveikslas yra stačiakampio formos, todėl jo užimamas plotas lygus ilgio $(a+b+a)$ ir pločio $(a+c+a)$ sandaugai.



$$S = (2a+b)(2a+c)$$

Padauginkime dvinarį $2a+b$ iš dvinario $2a+c$: $(2a+b)(2a+c)$.
Dvinarį $2a+b$ pažymėkime x ir remkimės vienanario dauginimo iš daugianario taisykle:

$$(2a+b)(2a+c) = x(2a+c) = x \cdot 2a + x \cdot c.$$

Gautame reiškinyje vietoj x vėl įrašykime dvinarį $2a+b$ ir dar kartą remkimės vienanario dauginimo iš daugianario taisykle:

$$\begin{aligned} x \cdot 2a + x \cdot c &= (2a+b) \cdot 2a + (2a+b) \cdot c = \\ &= 2a \cdot 2a + b \cdot 2a + 2a \cdot c + b \cdot c = \\ &= 4a^2 + 2ab + 2ac + bc. \end{aligned}$$

Taigi

$$(2a+b)(2a+c) = 4a^2 + 2ab + 2ac + bc.$$

Tą patį reiškinį gautume, kiekvieną dvinario $2a+b$ narį padauginę iš kiekvieno dvinario $2a+c$ nario.

Dauginant daugianarį iš daugianario, reikia kiekvieną daugianario narį dauginti iš kito daugianario kiekvieno nario ir gautas sandaugas su atitinkamais ženklais sudėti.

Sudauginę daugianarius, panašiuosius narius sutraukiame, pavyzdžiui:

$$(x+y)(x+y-3) = x^2 + xy - 3x + xy + y^2 - 3y = x^2 + 2xy - 3x + y^2 - 3y.$$

? Padauginkite dvinarį $m+n$ iš trinario $x-y-z$.

Pratimai ir uždaviniai

237. Suprastinkite reiškinius ir nustatykite gautų vienanarių koeficientus:

a) $-8m - 4m$ b) $-17p + 18p$ c) $2x - 4x + 11x$

d) $a \cdot a^3 \cdot a$ e) $x \cdot 2x^2$ f) $-\frac{1}{2}y \cdot y^4 \cdot 2y$

g) $2x^2 \cdot 3x$ h) $(-m)(-m)(-m)$ i) $\left(10a^2\right)^3$

j) $-(-4c)^2$ k) $\left(-\frac{2}{3}ab^3\right)^3$ l) $\left(2\frac{1}{2}a^3b^3\right)^3$

238. Aštuntokai pririnko 12 krepšelių spanguolių, o penktokai — 4 krepšelius. Viename krepšelyje telpa a gramų spanguolių.
a) Kiek gramų spanguolių surinko mokiniai?
b) Kiek gramų spanguolių penktokai surinko mažiau negu aštuntokai?
c) Kiek kartų aštuntokai surinko uogų daugiau negu penktokai?
(Atsakymus užrašykite reiškiniais.)

239. Perskaitykite užrašytus raidinius reiškinius:

a) $ax + by$ b) $ax - by$ c) $ax \cdot by$

d) $\frac{ax}{by}$ e) $(ax)^2 + (by)^2$ f) $(ax + by)^2$

g) $(ax)^2 - (by)^2$ h) $(ax - by)^2$ i) $2 - (2 - x)^2$

240. Užrašyti keturi iš eilės einantys natūralieji skaičiai. Mažiausias iš jų yra n.
a) Užrašykite tuos natūraliuosius skaičius.
b) Raskite jų sumą.
c) Raskite skirtumą tarp dviejų viduriniųjų skaičių sumos ir dviejų kraštinių skaičių sumos.

241. Išspręskite 240 uždavinį, kai:
a) mažiausias natūralusis skaičius yra $n + 5$;
b) mažiausias natūralusis skaičius yra $n - 6$.

242. Sutraukite panašiuosius narius:

a) $21xy - 8xy + 7xy$ b) $-5a^3 + 10a^3 - 7a^3$

c) $0{,}8x^2 + 0{,}2y - 0{,}5x^2 + 0{,}8y$ d) $1{,}5ab - 0{,}5ab + 2ab + 8$

243. Sudauginkite:

a) $5(b - 2)$ b) $-a(x + 5y)$ c) $p(2p - 5pq)$

d) $-y^2\left(3y^2 - 2xy\right)$ e) $x\left(3x - 2ax + 4x^2\right)$ f) $-y\left(5y^2 + 2y - 7\right)$

g) $\frac{3}{4}a(-4ab)$ h) $6y^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}y^3a\right)$ i) $-5x^2 \cdot \left(-\frac{2}{5}x^5y\right)$

244. Sudauginkite ir sutraukite panašiuosius narius:

a) $(x+3)(x+4)$
b) $(2-y)(y+2)$
c) $(3y-1)(2y+7)$
d) $(m-11)(2m+8)$
e) $(x^2+2x-4)(x+3)$
f) $(a^3-a^2+1)(a-1)$

245. Sudauginkite pagal pateiktą pavyzdį:

a) $39 \cdot 25$; b) $79 \cdot 81$; c) $30{,}1 \cdot 29{,}9$; d) $15{,}2 \cdot 14{,}8$.

Pavyzdys. $102 \cdot 98 = (100+2) \cdot (100-2) = 100 \cdot 100 - 100 \cdot 2 + 2 \cdot 100 - 2 \cdot 2 =$
$= 10\,000 - 200 + 200 - 4 = 9996.$

---

246. Dauginant padaryta klaida. Suraskite ją:

a) $(p+m)(m+r) = pm + mr + pr$;
b) $(a-x)(x+2) = ax + a^2 - x^2 - 2x$.

247. Išspręskite lygtis:

a) $13t - 8(3t-2) = -7t - 5(12-3t)$;
b) $7(2x-1) - 6(11-x) = 3(x+4)$;
c) $(x-3)(x-4) = x^2 + 2x - 11$;
d) $(-y-1)(2-y) = (y+3)(y-4)$.

248. Raskite du gretimus sveikuosius skaičius, kai jų sandauga:

a) 66 vienetais mažesnė už kitų dviejų gretimų skaičių sandaugą;
b) 18 vienetų didesnė už kitų dviejų gretimų skaičių sandaugą.

249. Išspręskite lygtis:

a) $2(x-3) = 0$
b) $\frac{1}{3}(x+6) = 0$
c) $(x+4)(x-5) = 0$
d) $(-x-2)(3x+2) = 0$
e) $x(4x-3)(5x-15) = 0$
f) $-x(2x+8)(4x-5) = 0$

Pavyzdys. Išspręskime lygtį $x(x-3)(x+2) = 0$.
Sprendimas. Sandauga lygi nuliui, kai bent vienas dauginamasis lygus nuliui. Todėl arba $x = 0$, arba $x - 3 = 0$, arba $x + 2 = 0$.
Vadinasi, arba $x = 0$, arba $x = 3$, arba $x = -2$.
Atsakymas. Lygtis turi tris sprendinius: 0; 3; -2.

---

250. Lygiašonio trikampio perimetras lygus 20 cm. Viena kraštinė du kartus ilgesnė už kitą. Raskite trikampio kraštines, jeigu:

a) šoninė kraštinė didesnė už pagrindą;
b) pagrindas didesnis už šoninę kraštinę.

251. Vaikas žaidžia su stačiakampio gretasienio formos trimis kaladėlėmis, kurių matmenys $1,5\,\text{cm} \times 2\,\text{cm} \times 5\,\text{cm}$. Ar jis sutalpins kaladėles į dėžę, kurios matmenys yra $3\,\text{cm} \times 3,5\,\text{cm} \times 6\,\text{cm}$?

252. a) 585 prabos auksinės grandinėlės masė 12 g. Kiek gryno aukso yra grandinėlėje?

b) 250 g arbatos stiklinėje yra 28 promilės cukraus. Kiek gramų cukraus yra išmaišyta stiklinėje?

253. Kuris skaičius didesnis:

a) 2^{-6} ar 2^{-4}; b) 5^{-3} ar $0,2^3$?

254. Motorinės valties savasis greitis yra 24,5 km/h. Valtis 0,4 h plaukė Kuršių mariomis ir 1,5 h — Nemunu (pasroviui), kurio tėkmės greitis 2,1 km/h.

a) Kokį atstumą motorinė valtis nuplaukė Kuršių mariomis?

b) Kokį atstumą motorinė valtis nuplaukė Nemunu?

c) Parašykite reiškinį motorinės valties nuplauktam atstumui rasti ir apskaičiuokite jį.

255. Nubraižykite rombą. Nubrėžkite po dvi aukštines iš rombo:

a) bukojo kampo; b) smailiojo kampo.

Ar nubraižytos aukštinės yra lygios? Kodėl?

256. *Uždavinys-pokštas.* Kiekvienas sugalvokite skaičių. Prie jo pridėkite 7 ir gautą sumą padauginkite iš 2. Prie gautos reikšmės pridėkite 6 ir atimkite dvigubą savo sugalvotą skaičių. Jūs visi gavote tą patį atsakymą — skaičių 20.

Kodėl taip atsitiko?

Nurodymas. Užrašykite šį uždavinį algebriniu reiškiniu ir jį suprastinkite. O dabar sugalvokite uždavinį-pokštą, kad galutinis atsakymas būtų skaičius 100.

3 Dviejų narių sumos kvadrato ir skirtumo kvadrato formulės

Kartais daugianarius galima sudauginti greičiau, pritaikius vadinamąsias greitosios daugybos formules.
Pakelkime kvadratu dviejų narių sumą $a + b$:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Taigi įrodėme sumos kvadrato formulę:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

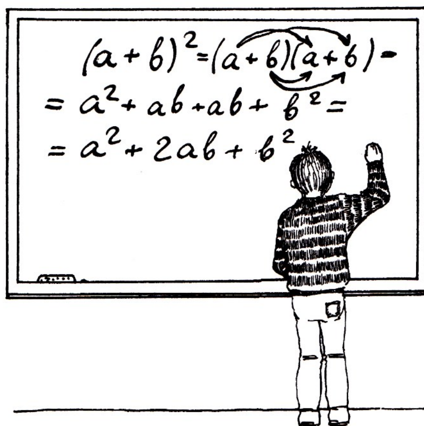
Dviejų narių sumos kvadratas lygus pirmojo nario kvadratui plius dviguba pirmojo ir antrojo nario sandauga, plius antrojo nario kvadratas.

Užrašykime sumos kvadrato formulę simboliais:

$$(\triangle + \square)^2 = \triangle^2 + 2\triangle\square + \square^2.$$

Pavyzdžiui, kai $\triangle = 2x$, $\square = 5y$, tai

$$(\triangle+\square)^2 = (2x+5y)^2 = (2x)^2 + 2\cdot 2x\cdot 5y + (5y)^2 = 4x^2 + 20xy + 25y^2.$$



Pakelkime kvadratu dviejų narių skirtumą $a - b$:

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Taigi įrodėme skirtumo kvadrato formulę:

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$$

Dviejų narių skirtumo kvadratas lygus pirmojo nario kvadratui minus dviguba pirmojo ir antrojo nario sandauga, plius antrojo nario kvadratas.

Užrašykime skirtumo kvadrato formulę simboliais:

$$(\triangle - \square)^2 = \triangle^2 - 2\triangle\square + \square^2.$$

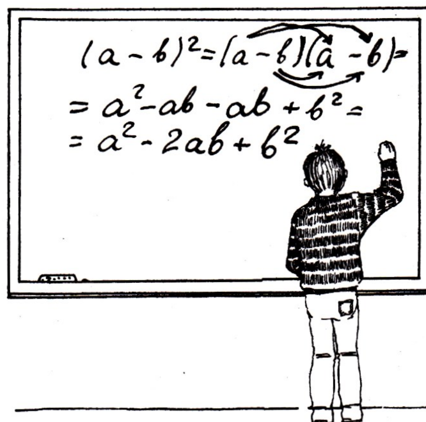
Pavyzdžiui, kai $\triangle = \sqrt{7}$, $\square = 3$, tai

$$(\triangle - \square)^2 = \left(\sqrt{7}-3\right)^2 = \left(\sqrt{7}\right)^2 - 2\cdot\sqrt{7}\cdot 3 + 3^2 = 7 - 6\sqrt{7} + 9 = 16 - 6\sqrt{7}.$$

Abi sumos ir skirtumo kvadrato formules galima užrašyti kartu:

$$\boxed{(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2}$$

Čia turima galvoje, kad imami arba viršutiniai, arba apatiniai ženklai.



Pratimai ir uždaviniai

257. Užpildykite lentelę:

Sumos (skirtumo) kvadratas	Pirmo nario kvadratas	Dviguba pirmo ir antro narių sandauga (su atitinkamu ženklu)	Antro nario kvadratas
$(m+n)^2$			
$(7+x)^2$			
$(a-x)^2$			
$(5-3x)^2$			

258. Pagal pateiktus pavyzdžius nustatykite, ką reikėtų parašyti debesėlių vietoje, kad lygybė būtų tapatybė:

a) $(\triangle + \square)^2 = \triangle^2 + 2\triangle\square + \square^2$

$(3+a)^2 = 3^2 + 2\cdot 3\cdot a + a^2$

$(m+4)^2 = \text{☁} + 2m\cdot 4 + \text{☁}$

$(2x+y)^2 = (2x)^2 + 2\cdot \text{☁} + y^2$

$(5a+3b)^2 = (5a)^2 + \text{☁} + (3b)^2$

b) $(\triangle - \square)^2 = \triangle^2 - 2\triangle\square + \square^2$

$(a-1)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot 1 + 1^2$

$(y-b)^2 = y^2 - 2\cdot y\cdot b + \text{☁}$

$(7-p)^2 = \text{☁} - 2\cdot 7\cdot p + \text{☁}$

$(3x-2y)^2 = (3x)^2 - \text{☁} + (2y)^2$

259. Taikydami sumos arba skirtumo kvadrato formulę, pakelkite kvadratu:

a) $(m-8)^2$ b) $(2x+3)^2$ c) $(4x-3)^2$

d) $\left(5a+\frac{1}{5}b\right)^2$ e) $\left(\frac{1}{3}a-3b\right)^2$ f) $(0{,}3x^2-0{,}2y)^2$

260. Keliant kvadratu padaryta klaidų. Suraskite jas.

a) $\left(2a+\frac{1}{2}x\right)^2 = 4a^2 + ax + \frac{1}{4}x^2$;

b) $\left(p^5-\frac{1}{4}p^3\right)^2 = p^{10} + \frac{1}{2}p^8 + \frac{1}{16}p^6$;

c) $\left(12x^2-x^3\right)^2 = 12x^4 - 24x^5 + x^6$;

d) $\left(\frac{1}{6}a^2-3b\right)^2 = \frac{1}{36}a^4 - a^2b - 9b^2$.

261. Apskaičiuokite pritaikę greitosios daugybos formules:

a) $(10+8)^2$; b) $(20-3)^2$; c) 71^2; d) 199^2; e) $9{,}9^2$.

262. Apskaičiuokite:

a) $\left(\sqrt{32}+\sqrt{2}\right)^2$; b) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{20}\right)^2$; c) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{27}\right)^2$; d) $\left(5-\sqrt{5}\right)^2$.

Pavyzdys. $\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)^2 = \left(\sqrt{12}\right)^2 + 2\cdot\sqrt{12}\cdot\sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2 = 12 + 2\sqrt{12\cdot 3} + 3 =$
$= 15 + 2\sqrt{36} = 15 + 2\cdot 6 = 27.$

---

263. Kurios lygybės yra tapatybės?

a) $(a-b)^2 = (b-a)^2$

b) $(a+b)^2 = -(a-b)^2$

c) $(a-b)^2 = -(a+b)^2$

d) $(-a-b)^2 = (a+b)^2$

264. Pakelkite kvadratu:

a) $(-x-y)^2$; b) $(-4-a)^2$; c) $(-p-9)^2$; d) $(-m-7)^2$.

Pavyzdys. Pakelkime kvadratu dvinarį $-3x-2y$.

Taikykime skirtumo kvadrato formulę $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, kai $a=-3x$, $b=2y$:

$(-3x-2y)^2 = (-3x)^2 - 2\cdot(-3x)\cdot 2y + (2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2.$

Galima spręsti ir kitaip, iškeliant -1 prieš skliaustus:

$(-3x-2y)^2 = \left(-1(3x+2y)\right)^2 = (-1)^2(3x+2y)^2 =$
$= 1\cdot\left((3x)^2 + 2\cdot 3x\cdot 2y + (2y)^2\right) = 9x^2 + 12xy + 4y^2.$

Galima spręsti ir taip:

dvinarių $-3x-2y$ ir $3x+2y$ reikšmės yra vienas kitam priešingi skaičiai, todėl $(-3x-2y)^2 = (3x+2y)^2$.

Gauname:

$(-3x-2y)^2 = (3x+2y)^2 = (3x)^2 + 2\cdot 3x\cdot 2y + (2y)^2 =$
$= 9x^2 + 12xy + 4y^2.$

---

265. Išspręskite lygtis:

a) $(x+5)^2 = (x-1)^2 - 48$

b) $(x-2)^2 - (x-3)^2 = -54$

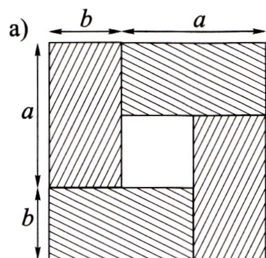
c) $(x-4)^2 - x(x+6) = 100$

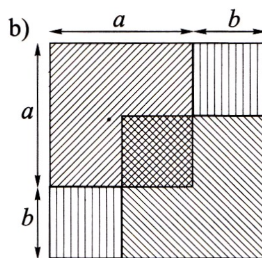
d) $x(7+x) - (x+9)^2 = 41$

266. Įsitikinkite, kad lygybės yra tapatybės:

a) $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$; b) $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$.

Paaiškinkite šias lygybes remdamiesi brėžiniais.





267. Apskaičiuokite:

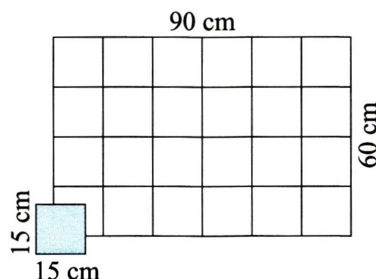
a) $2^4 \cdot 2^3$; b) $2^8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7$; c) $4^3 \cdot 125$; d) $9^3 : 3^4$; e) $\frac{3^6}{3^5}$; f) $\frac{4^4}{2^{10}}$.

268. Kam lygu: a) pusė 2^6; b) trečdalis 3^3?

269. Duotas trikampio plotas S. Kokio ilgio yra trikampio aukštinė, nubrėžta į kraštinę m, kai:

a) $S = 32\,\text{cm}^2$, $m = 16\,\text{cm}$; b) $S = 1{,}5\,\text{dm}^2$, $m = 6\,\text{cm}$?

270. Dušo kabinos grindis reikia išklijuoti kvadratinėmis 15 cm × 15 cm plytelėmis. Stačiakampiam plotui, kurio ilgis lygus 90 cm, o plotis — 60 cm, iškloti reikia 24 tokių plytelių.



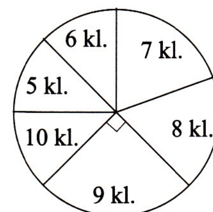
a) Kiek plytelių reikės išklijuoti dušo kabinos grindims, jeigu dušo kabinos:
   1) ilgis du kartus didesnis;
   2) plotis du kartus didesnis;
   3) ir ilgis, ir plotis du kartus didesnis?

b) Vienoje dėžėje yra 10 plytelių. Plytelės parduodamos tik dėžėmis.
   1) Kiek dėžių teks pirkti, jei reikia 72 plytelių?
   2) Kokių matmenų gali būti grindys, jeigu joms išklijuoti reikia 10 dėžių plytelių?

   Pastaba. Plytelių skaldyti negalima ir reikia suklijuoti visas plyteles.

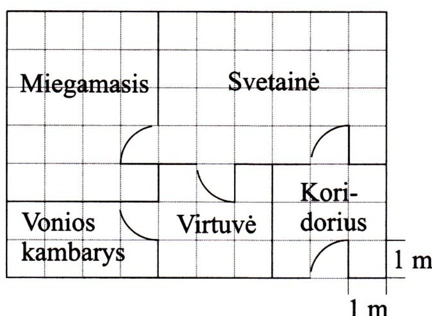
271. Kai $y = 2\frac{1}{3}$, tai $y + \frac{y-\frac{1}{3}}{y+\frac{2}{3}} =$ ☁

272. Diagrama vaizduoja mokyklos 5–10 klasių mokinių pasiskirstymą pagal klases.



1) Kelis procentus mokyklos mokinių sudaro devintokai?
2) Kiek mokykloje yra mokinių, jei devintokų yra 50?
3) Ar teisingas teiginys: „mokykloje yra 28 dešimtokai"? Paaiškinkite.

273. Pagal pavaizduotą buto planą užpildykite lentelę.



Patalpos pavadinimas	Ilgis (m)	Plotis (m)	Plotas (m^2)
Svetainė			
Miegamasis			
Koridorius			
Virtuvė			
Vonios kambarys			

274. Žemiau „įrodyta", kad $4 = 5$. Nustatykite, kur padaryta klaida.

$$16 - 36 = 25 - 45;$$

$$16 - 36 + \frac{81}{4} = 25 - 45 + \frac{81}{4};$$

$$\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2;$$

$$4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2};$$

$$4 = 5.$$

4 Dviejų narių skirtumo ir jų sumos sandaugos formulė

Dviejų narių skirtumą $a - b$ padauginkime iš tų narių sumos $a + b$:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2.$$

Taigi

$$\boxed{(a - b)(a + b) = a^2 - b^2}$$

? Kaip jūs trumpai pavadintumėte šią tapatybę?

Dviejų narių skirtumo ir jų sumos sandauga lygi šių narių kvadratų skirtumui.

Užrašykime kvadratų skirtumo formulę simboliais:

$$(\triangle - \square) \cdot (\triangle + \square) = \triangle^2 - \square^2.$$

Pavyzdžiui, kai $\triangle = 3m$, $\square = 4q$, tai

$$(\triangle - \square) \cdot (\triangle + \square) = (3m - 4q)(3m + 4q) = (3m)^2 - (4q)^2 = 9m^2 - 16q^2.$$

Ši formulė kartais padeda greitai sudauginti.

1 PAVYZDYS. Apskaičiuokime sandaugą $99 \cdot 101$. Pakeitę 99 ir 101 reiškiniais $100 - 1$ ir $100 + 1$, pritaikykime kvadratų skirtumo formulę:

$$99 \cdot 101 = (100 - 1)(100 + 1) = 100^2 - 1 = 10\,000 - 1 = 9999.$$

2 PAVYZDYS. Sudauginkime $(5a + b)(b - 5a)$. Atkreipkime dėmesį į tai, kad sumoje galima sukeisti dėmenis vietomis. Tada

$$(5a + b)(b - 5a) = (b + 5a)(b - 5a) = (b)^2 - (5a)^2 = b^2 - 25a^2.$$

Pratimai ir uždaviniai

275. Užpildykite lentelę.

Dviejų narių skirtumo ir jų sumos sandauga	Pirmo nario kvadratas	Antro nario kvadratas
$(p-q)(p+q)$		
$(m-1)(m+1)$		
$(2x-p)(2x+p)$		
$(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1)$		

276. Ką reikėtų parašyti debesėlių vietoje, kad lygybė būtų tapatybė:

a) $(7-2x)(7+2x) = \quad - (2x)^2$;

b) $(4a-3b)(4a+3b) = (4a)^2 - \quad$;

c) $\left(\frac{1}{2}m - \frac{1}{3}n\right)\left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{3}n\right) = \quad - \quad$?

277. Sudauginkite taikydami greitosios daugybos formulę:

a) $(x-3)(x+3)$
b) $(4-y)(4+y)$
c) $(m^2-4)(m^2+4)$
d) $(2a+b^2)(2a-b^2)$
e) $\left(\frac{1}{5}a - \frac{1}{4}b\right)\left(\frac{1}{5}a + \frac{1}{4}b\right)$
f) $\left(1\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}y\right)\left(1\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}y\right)$

278. Taikant dviejų narių skirtumo ir jų sumos sandaugos formulę, padaryta klaidų. Suraskite jas:

a) $(2a-b)(2a+b) = 2a^2 - b^2$;

b) $\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{7}y\right)\left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{7}y\right) = \frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{7}y^2$;

c) $(3x^2 - 0{,}2y^3)(3x^2 + 0{,}2y^3) = 9x^2 - 0{,}04y^6$.

279. Apskaičiuokite patogiausiu būdu:

a) $(80+2)(80-2)$; b) $(200+10)(200-10)$; c) $62 \cdot 58$; d) $97 \cdot 103$.

280. Pritaikykite greitosios daugybos formulę:

a) $(m+n)(n-m)$
b) $(p+a)(a-p)$
c) $(2x+y)(y-2x)$
d) $(7a+4b)(4b-7a)$
e) $(-3m+n)(n+3m)$
f) $(k^2+5m)(-5m+k^2)$

281. Ką reikėtų parašyti debesėlių vietoje, kad gautumėte tapatybes:

a) $(4x + b)(4x - ☁) = 16x^2 - b^2$;

b) $(4 + ☁)(☁ - 4) = 25a^2 - 16$;

c) $\left(10m^4 + ☁\right)\left(☁ - 10m^4\right) = 36 - ☁$;

d) $\left(☁ - y^4\right)\left(y^4 + ☁\right) = 81a^{10} - y^8$?

282. Sudauginkite taikydami kvadratų skirtumo formulę:

a) $(-x - y)(x - y)$

b) $(4a - b)(-4a - b)$

c) $\left(-p^2 - 3q\right)\left(p^2 - 3q\right)$

d) $\left(10x^2 - 3y^3\right)\left(-3y^3 - 10x^2\right)$

Pavyzdys. Sudauginkime $(-2x - 3y)(2x - 3y)$.

Dvinaryje $-2x - 3y$ iškelkime -1 prieš skliaustus:

$$(-2x - 3y)(2x - 3y) = -1(2x + 3y)(2x - 3y) =$$
$$= -1\left((2x)^2 - (3y)^2\right) = -1\left(4x^2 - 9y^2\right) =$$
$$= -4x^2 + 9y^2.$$

Galima spręsti ir kitaip, keičiant abiejų dauginamųjų ženklus:

$$(-2x - 3y)(2x - 3y) = (2x + 3y)(-2x + 3y) = (3y + 2x)(3y - 2x) =$$
$$= 9y^2 - 4x^2.$$

---

283. Apskaičiuokite:

a) $\left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right)$

b) $\left(2 - \sqrt{11}\right)\left(2 + \sqrt{11}\right)$

c) $\left(\sqrt{30} - 4\right)\left(\sqrt{30} + 4\right)$

d) $\left(2\sqrt{5} - 1\right)\left(2\sqrt{5} + 1\right)$

284. Sudauginkite:

a) $(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$

b) $(p^2 + 1)(p + 1)(p - 1)$

c) $(a - 5)^2(a + 5)^2$

d) $(7 + y)^2(7 - y)^2$

285. Suprastinkite:

a) $(a + 2)(a - 2) - a(a + 4)$;

b) $(0{,}1 - x)(0{,}1 + x) + x(10 - x)$;

c) $-\frac{5}{16}(a - x) + \left(\frac{1}{4} - a\right)\left(a + \frac{1}{4}\right)$;

d) $\frac{2}{5}a(15 - 20a) - \left(\frac{1}{5}a - 2\right)\left(-\frac{1}{5}a - 2\right)$;

e) $(x - 8)^2 - 3(x + 2)(x - 2)$;

f) $(4a + b)(b + 4a) - (a + b)(a - b)$.

286. Įsitikinkite, kad su kiekviena natūraliąja n reikšme teisingi teiginiai:

a) $(n+7)^2 - n^2$ dalijasi iš 7 b) $(n+1)^2 - (n-1)^2$ dalijasi iš 4

c) $(4n+5)^2 - 9$ dalijasi iš 4 d) $(2n+3)^2 - (2n-1)^2$ dalijasi iš 8

Pavyzdys. Parodykime, kad $(5n+1)^2 - (2n-1)^2$ dalijasi iš 7, kai $n \in \boldsymbol{N}$.
Pertvarkome reiškinį:
$(5n+1)^2 - (2n-1)^2 = 25n^2 + 10n + 1 - (4n^2 - 4n + 1) =$
$= 25n^2 + 10n + 1 - 4n^2 + 4n - 1 = 21n^2 + 14n = 7n(3n+2)$.

Akivaizdu, kad sandauga $7n(3n+2)$ dalijasi iš 7.

Pastaba. Pertvarkyti reiškinį galima ir taikant kvadratų skirtumo formulę.

---

287. Suprastinkite reiškinį $(a-b)^2 - (a+b)^2$ dviem būdais ir apskaičiuokite jo reikšmę, kai:

a) $a = 0{,}25$, $b = 17{,}3$; b) $a = \frac{1}{16}$, $b = -24$; c) $a = 0{,}(3)$, $b = 0$.

288. Įsitikinkite, kad lygybės yra tapatybės:

a) $(a-1)^2 + 1 + 2(a-1) = a^2$;

b) $(1-a)^2 + 2a(1-a) = 1 - a^2$;

c) $(x+1)^2 = 4(x+1) + (x-1)^2 - 4$.

289. Nubraižykite trikampį, jeigu:

a) dvi jo kraštinės yra 4 cm ir 2 cm, o kampas tarp jų lygus 110°;

b) dvi kraštinės yra 4 cm ir 3 cm, o perimetras lygus 13 cm.

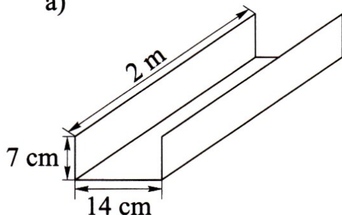
290. Apskaičiuokite: a) $4\frac{1}{6} \cdot \frac{12}{25} - 3\frac{1}{5} : 0{,}16$; b) $2\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3} - 9{,}6 \cdot \frac{5}{12}$.

291. Pirmu vamzdžiu baseiną galima pripildyti per 3 h, antru — per 4 h, o trečiu — per 6 h. Per kiek laiko bus pripildytas baseinas leidžiant vandenį per visus tris vamzdžius kartu.

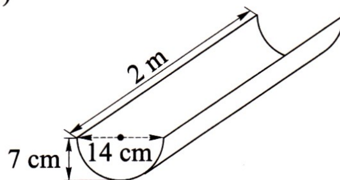
292. Nubraižykite trikampį BCF, jeigu $B(-3; 0)$, $C(3; -4)$, $F(0; 6)$. Apskaičiuokite šio trikampio plotą.

293. Pagal brėžinių duomenis apskaičiuokite, kiek skardos reikia kiekvienai stogvamzdžio sekcijai pagaminti.

a)



b)



5 Bendro dauginamojo iškėlimas prieš skliaustus

Skaičiuojant reiškinių reikšmes, sprendžiant lygtis, prastinant reiškinius kartais patogu pertvarkyti daugianarį į sandaugą. Tai vadinama *daugianario skaidymu dauginamaisiais*.
Pavyzdžiui, apskaičiuokime reiškinio

$$ax - ay + az$$

reikšmę, kai $a = 21$, $x = 27$, $y = 24$, $z = 7$.
Įrašę į daugianarį duotąsias raidžių reikšmes, gausime:

$$ax - ay + az = 21 \cdot 27 - 21 \cdot 24 + 21 \cdot 7 = 567 - 504 + 147 = 210.$$

Jeigu skaidytume reiškinį $ax - ay + az$ dauginamaisiais, tai skaičiuoti būtų paprasčiau:

$$ax - ay + az = a(x - y + z) = 21(27 - 24 + 7) = 21 \cdot 10 = 210.$$

Sakome, kad daugianarį išskaidėme, iškėlę bendrą dauginamąjį prieš skliaustus.

PAVYZDYS. Išspręskime lygtį

$$x^2 - 3x = 0.$$

Išskaidykime kairę lygties pusę dauginamaisiais, iškeldami prieš skliaustus bendrą dauginamąjį x:

$$x(x - 3) = 0.$$

Sandauga lygi nuliui, kai bent vienas dauginamasis lygus nuliui, todėl

arba $x = 0$, arba $x - 3 = 0$.

Lygtis turi du sprendinius: 0; 3.

Skaidant dauginamaisiais, prieš skliaustus galima iškelti ir bendrą reiškinį.
Pavyzdžiui,

$$4(a - 6) + x(a - 6) = (a - 6)(4 + x).$$

Pratimai ir uždaviniai

294. Kokį vienanarį reikėtų parašyti daugtaškio vietoje, kad gautume tapatybę?

a) $4a^2y = 4a(\ldots)$ b) $9x^3y^2z = 3xy(\ldots)$
c) $42p^2q^5 = 6pq^2(\ldots)$ d) $-25x^3y^2z = -5x^2y(\ldots)$

295. Raskite bendrus vienanarių dauginamuosius:

a) $3a$ ir $6b^2$ b) $18x^2$ ir $9x$ c) $6xz^3$ ir $2x^3z$
d) $5m^2nk$ ir $4mn^2k$ e) $30ab$ ir $10a^2b^2$ f) $18x^2y^2$ ir $9xy$

296. Iškelkite bendrą dauginamąjį prieš skliaustus:

a) $4m + 4n$ b) $11x - 11y$ c) $15x - 9y$
d) $20a + 8b$ e) $-2ax - 4a$ f) $b^3 - 2b^2 - b$

297. Mintinai apskaičiuokite:

a) $25 \cdot 38 + 25 \cdot 62$ b) $37 \cdot 111 - 37 \cdot 11$
c) $596 \cdot 27 + 404 \cdot 27$ d) $4{,}85 \cdot 2{,}5 + 1{,}15 \cdot 2{,}5$

298. Pakeiskite sandauga:

a) $x(a+b) + y(a+b)$ b) $5(x-y) - a(x-y)$
c) $(a+3)^2 - y(a+3)$ d) $x(9+x) - 4(9+x)^2$

299. Išspręskite lygtis:

a) $x^2 + 5x = 0$ b) $7x - 14x^2 = 0$
c) $11y - 44y^2 = 0$ d) $\frac{2}{3}p^2 - \frac{4}{9}p = 0$

300. Pakeiskite reiškinį sandauga ir apskaičiuokite jo reikšmę:

a) $a^2 + 15a$, kai $a = 85;\ -85$ b) $2ab - 2a$, kai $a = 15;\ b = 11$
c) $5x^2y - 10xy$, kai $x = 3{,}2;\ y = 8$ d) $30x^2 - 20x^3$, kai $x = -1;\ 1{,}5$

301. Raskite klaidas, padarytas iškeliant prieš skliaustus bendrą dauginamąjį:
a) $4x^2 - 5x - 20 = x(4x - 5)$;
b) $-2a + 6a^2 - 12a^3 = -2a(1 + 3a + 6a^3)$;
c) $3(x+y)^2 - a(x+y) = (x+y)(3x + y - a)$;
d) $5(p-a) - 2a(p-a)^2 = (p-a)(5-2a)$.

302. Įsitikinkite, kad:

a) $2^{13} - 2^{10} - 2^{9}$ dalijasi iš 13
b) $5^{8} - 5^{7} + 5^{5}$ dalijasi iš 101
c) $3^{9} + 3^{8} - 3^{7}$ dalijasi iš 33
d) $4^{5} - 4^{4} + 4^{2}$ dalijasi iš 7

303. Pakeiskite sandauga, iškeldami -1 prieš skliaustus viename iš reiškinių:

a) $2a(x - y) - (y - x)$
b) $(p - a) + 2a(a - p)$
c) $4x(x - 1) - (1 - x)$
d) $0{,}5(2x + 1) - x(-2x - 1)$
e) $3(x - a) + m(a - x)$
f) $2(k + 5) - x(-k - 5)$
g) $3x(a - b) + 2y(b - a)$
h) $7p(2x - y) - 8q(y - 2x)$

Pavyzdys. Pakeiskime sandauga $3x(a - b) - (b - a)$.
Dvinaryje $b - a$ iškelkime -1 prieš skliaustus:
$3x(a - b) - (-1)(a - b) = 3x(a - b) + (a - b) = (a - b)(3x + 1)$.

---

304. Ar šios lygybės yra tapatybės:

a) $x(m - c) = -x(c - m)$;
b) $a(x - y - z) = -a(y - x + z)$;
c) $(x + 5)^2 + 2(x + 5) = (x + 5)(x + 7)$;
d) $3(a - 4)^2 - (a - 4) = 3a - 13$?

305. Išspręskite lygtis:

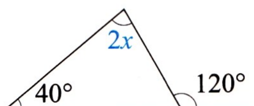
a) $\left(x - \frac{1}{7}\right)\left(\frac{x}{10} - \frac{5}{7}\right) = 0$
b) $\left(\frac{x}{2} + \frac{3}{4}\right)\left(\frac{5}{8} + x\right) = 0$
c) $\left(\frac{4}{3} - \frac{x}{12}\right)\left(-\frac{3}{7} + \frac{x}{14}\right) = 0$
d) $\left(\frac{x}{5} + \frac{17}{20}\right)\left(\frac{x}{2} - \frac{11}{18}\right) = 0$

306. Koks atkarpos, kurios 20% ilgio lygu 2 dm 8 mm, ilgis? Atsakymą parašykite centimetrais.

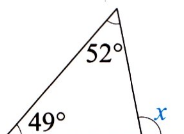
307. Darius 110 m/min greičiu pradėjo vytis Igną, einantį į mokyklą ta pačia kryptimi 90 m/min greičiu, ir pavijo jį per 7 minutes. Koks atstumas buvo tarp vaikinų, kai Darius pradėjo vytis Igną?

308. Raskite x:

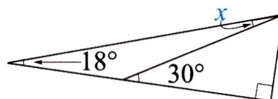
a)



b)



c)



309. Raskite dėsningumą tarp x ir y reikšmių ir užpildykite lentelę:

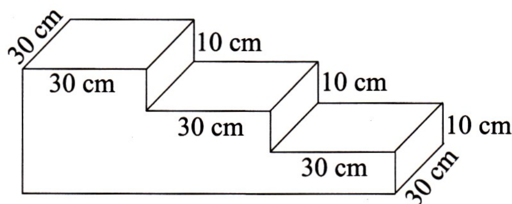
a)

x	-20	-15	10			0
y	5	10		-20	-15	

b)

x	21	-15		-5		0
y	-7	5	30		21	

310. Kiek betono reikia nurodytų matmenų laiptams išlieti?



311. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę:

a) $(\sqrt{50} - 2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$; b) $(4\sqrt{3} + \sqrt{27}) \cdot \sqrt{3}$.

312. Darbuotojo kvalifikacinis koeficientas 9,5, o bazinė mėnesio alga 105 Lt.

a) Koks darbuotojo pareiginis atlyginimas per mėnesį?
b) Kiek darbuotojas moka pajamų mokesčio, jei darbuotojo atlyginimo neapmokestinamasis minimumas 367 Lt?
c) Kiek darbuotojas moka mokesčio SODRAI?
d) Kiek litų gavo darbuotojas, atskaičius mokesčius?

313. Trupmeną $\frac{4}{19}$ išreikškite trupmena, kurios vardiklis būtų: 76; 95.

314. Iššifruokite abėcėlės raides ir pagal pirmąsias dvi eilutes baikite rašyti trečiąją:

D (5) C
B (8) I
Č (...) A

6 Daugianarių skaidymas dauginamaisiais grupavimo būdu

Išskaidykime dauginamaisiais daugianarį

$$am - 3m + 2a - 6.$$

Matome, kad visi keturi jo nariai neturi jokio bendro dauginamojo. Daugianario narius sugrupuokime poromis taip, kad kiekvienos poros abu nariai turėtų bendrą dauginamąjį:

$$am - 3m + 2a - 6 = (am - 3m) + (2a - 6).$$

Reiškinyje $am - 3m$ bendras dauginamasis yra m, o reiškinyje $2a - 6$ bendras dauginamasis yra 2. Kiekvienoje poroje iškelkime bendrą dauginamąjį prieš skliaustus:

$$(am - 3m) + (2a - 6) = m(a - 3) + 2(a - 3).$$

Gautoje sumoje yra bendras dauginamasis $a - 3$, kurį taip pat iškelkime prieš skliaustus:

$$m(a - 3) + 2(a - 3) = (a - 3)(m + 2).$$

Taigi

$$am - 3m + 2a - 6 = (a - 3)(m + 2).$$

Sakome, kad daugianarį išskaidėme dauginamaisiais *grupavimo būdu.*

Užduotis. Išskaidykite šį daugianarį grupuodami jo narius taip:

$$(am + 2a) + (-3m - 6).$$

Kai kada, daugianarį skaidant dauginamaisiais grupavimo būdu, dar tenka tapačiai pertvarkyti reiškinį. Pavyzdžiui,

$$x^2 - 5x + 6 = x^2 - 2x - 3x + 6 = (x^2 - 2x) - (3x - 6) =$$
$$= x(x - 2) - 3(x - 2) = (x - 2)(x - 3).$$

Pratimai ir uždaviniai

315. Suskliaudę paskutinius du narius, iškelkite bendrą dauginamąjį prieš skliaustus:

a) $x(y+z)+y+z$ b) $3a(a-b)+a-b$
c) $5a(x+y)+x+y$ d) $4x(m-n)+m-n$

316. Išskaidykite daugianarius dauginamaisiais, grupuodami jų narius:

a) $ab+ac+3b+3c$ b) $7m+ky+7y+mk$
c) $6x+6y+ay+ax$ d) $2m-2n+mx-nx$
e) $-ax+bx-5a+5b$ f) $3p-px+3x-x^2$

317. Nesinaudodami skaičiuokliu, apskaičiuokite jums patogiu būdu:

a) $22\cdot 34+28\cdot 34+28\cdot 66+22\cdot 66$;
b) $13\cdot 46+17\cdot 46+13\cdot 54+17\cdot 54$;
c) $3{,}2\cdot 4{,}7-3{,}2\cdot 1{,}7+3{,}3\cdot 6{,}7-3{,}3\cdot 3{,}7$;
d) $7{,}2\cdot 15{,}4-7{,}2\cdot 5{,}4-5{,}2\cdot 3{,}6-5{,}2\cdot 6{,}4$.

318. Išreikškite sandauga:

a) $m(a-b)-2a+2b$ b) $a(x+y)-3x-3y$
c) $xy+xz-y-z$ d) $pm-pk-m+k$
e) $5a-5b+ma-mb$ f) $3ab+3ac-2b-2c$

Pavyzdys. $k(x+y)-x-y=k(x+y)+(-x-y)=k(x+y)-(x+y)=(x+y)(k-1)$.

---

319. Kokį vienanarį ir su kokiu ženklu reikėtų parašyti daugtaškio vietoje, kad gautąjį daugianarį galima būtų išskaidyti dauginamaisiais grupavimo būdu?

a) $ab+ax+bx\ldots$ b) $am+an-bm\ldots$
c) $ax+9-18ax\ldots$ d) $10m-5p^2-25mp\ldots$

320. Sugalvokite ir parašykite du keturnarius, kuriuos galima būtų išskaidyti dauginamaisiais grupavimo būdu.

321. Išspręskite lygtį, išskaidę jos kairę pusę dauginamaisiais:

a) $x^2+2x+4x+8=0$ b) $x^2-3x+2x-6=0$
c) $5x-x^2+10-2x=0$ d) $7x-x^2-14x+2x=0$

322. Išskaidykite trinarį dauginamaisiais grupavimo būdu, vidurinįjį narį pakeisdami dviejų vienanarių suma:

a) $x^2 + 4x + 3$ b) $a^2 + 6a + 5$

c) $y^2 - 4y - 5$ d) $m^2 - 9m - 10$

Pavyzdys. Išskaidykime trinarį $x^2 + 3x + 2$ dauginamaisiais. Pirmiausia pakeiskime trinario narį $3x$ dviejų narių suma: $3x = x + 2x$. Dabar skaidykime daugianarį grupavimo būdu:

$$x^2 + 3x + 2 = x^2 + x + 2x + 2 = (x^2 + x) + (2x + 2) =$$
$$= x(x + 1) + 2(x + 1) = (x + 1)(x + 2).$$

---

323. Kurios lygybės yra tapatybės:

a) $x^2(x + y) - (x^3 + y^3) = y(x - 1)(x + 1)$;

b) $(x + 2)(x + 3) = (x + 1)(x + 4)$;

c) $a(a - b) + 5 + b(b - a) = (a - b)(a - b) + 5$;

d) $(a + 4)(a - 3) = (a + 2)(a - 1)$?

324. Įsitikinkite, kad reiškinio reikšmė nepriklauso nuo kintamojo x:

a) $(x + 7)^2 - (x + 2)(x - 2) - 14x$;

b) $(x + 3)(x - 3) - (x + 11)^2 + 22x$;

c) $x^2 - 2x(x - 2) + (x - 2)^2$;

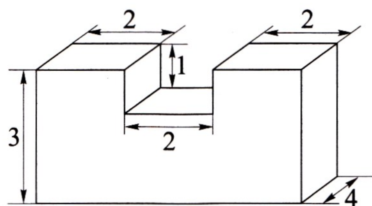
d) $(x + 5)^2 + (x - 2)^2 - 2(x + 5)(x - 2)$.

325. a) Kateris, plaukdamas pasroviui, per 2 valandas nuplaukė tokį patį atstumą kaip ir plaukdamas prieš srovę per 3 valandas. Apskaičiuokite srovės greitį, jei katerio savasis greitis yra 15 km/h.

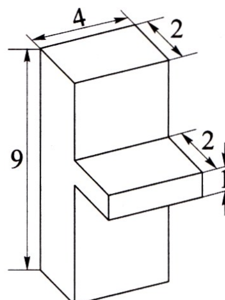
b) „Raketa“, plaukdama pasroviui, per 4,5 valandos nuplaukė tokį patį atstumą kaip ir per 5 valandas plaukdama prieš srovę. Raskite „Raketos“ greitį ežere, jei srovės greitis yra 3 km/h.

326. Apskaičiuokite pavaizduotų figūrų tūrius:

a)



b)



327. Koks žemėlapio mastelis, jeigu šio žemėlapio 1 cm atitinka vietovės 5 m?

A 1 : 5 **B** 1 : 50 **C** 1 : 500 **D** 1 : 5000 **E** 1 : 50 000

328. Apskaičiuokite:

a) $-3^{-2} - (-3)^{-2}$; b) $\frac{1}{-3^{-3}} + 3^0$.

329. Duotas skaitinis reiškinys $\frac{2}{3}\sqrt{18}$.

a) Įkelkite dauginamąjį po šaknies ženklu.
b) Iškelkite dauginamąjį prieš šaknies ženklą.

330. Apskaičiuokite, kiek procentų:

a) 20 kg sudaro 60 kg; b) 60 kg sudaro 20 kg.

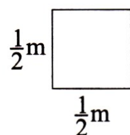
331. Natūraliųjų skaičių nuo 1 iki n sumą galima apskaičiuoti pagal formulę

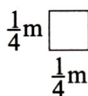
$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n.$$

Formulės dešinę pusę išskaidykite dauginamaisiais.
Naudodamiesi formule, apskaičiuokite sumą natūraliųjų skaičių:

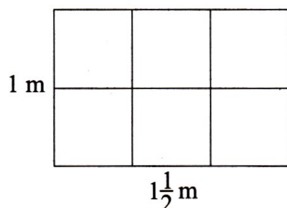
a) nuo 1 iki 15; b) nuo 1 iki 50; c) nuo 1 iki 100.

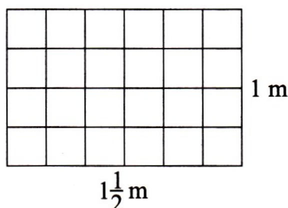
332. Parduotuvėje yra dviejų rūšių kvadratinių keraminių plytelių:





$1\frac{1}{2}$ metro ilgio ir 1 metro pločio stačiakampio formos plotui iškloti prireiktų 6 didelių arba 24 mažų plytelių:





a) Kiek mažų plytelių reikės iškloti grindims 6 m × 3 m?
b) Kiek didelių plytelių reikės iškloti grindims 5 m × 3,8 m?

7 Daugianarių skaidymas dauginamaisiais taikant greitosios daugybos formules

Išskaidykime trinarį $x^2 + 8x + 16$ dauginamaisiais pritaikę dvinario sumos kvadrato formulę:

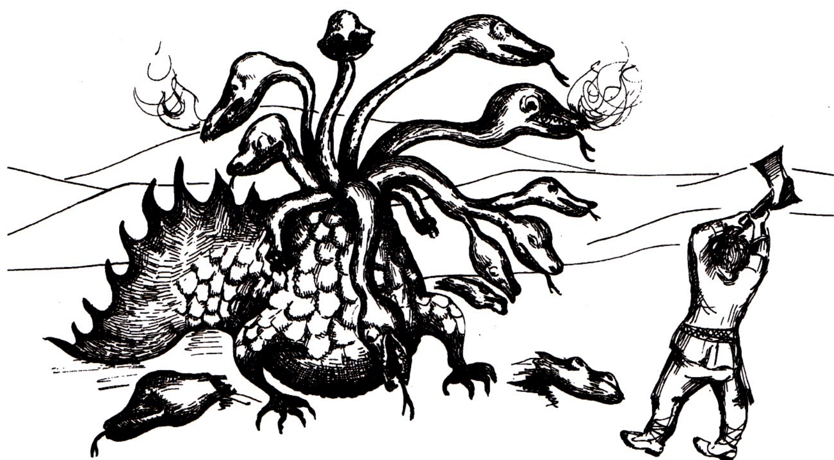
$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = (x + 4)^2.$$

Skaidant daugianarius dauginamaisiais, kartais patogu taikyti greitosios daugybos formules, parašytas atvirkščiai (sukeitus dešinę ir kairę puses vietomis):

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2;$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2;$$
$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

1 PAVYZDYS. Apskaičiuokime reiškinio $81^2 - 19^2$ reikšmę. Taikykime kvadratų skirtumo formulę:

$$81^2 - 19^2 = (81 - 19) \cdot (81 + 19) = 62 \cdot 100 = 6200.$$



2 PAVYZDYS. Išskaidykime daugianarius dauginamaisiais:
a) $a^2 + 20a + 100$;   b) $-4x^2 + 12xy - 9y^2$;   c) $16x^2 - 25y^2$.

Sprendimas.

a) $a^2 + 20a + 100 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 10 + 10^2 = (a + 10)^2$;

b) $-4x^2+12xy-9y^2 = -(4x^2-12xy+9y^2) = -\big((2x)^2-2 \cdot 2x \cdot 3y+(3y)^2\big)^2 =$
$= -(2x - 3y)^2$;

c) $16x^2 - 25y^2 = (4x)^2 - (5y)^2 = (4x - 5y)(4x + 5y)$.

Pratimai ir uždaviniai

333. Parašykite trinarį kaip dvinario kvadratą:

a) $m^2 + 2m + 1$ b) $p^2 - 2p + 1$ c) $y^2 - 4y + 4$
d) $a^2 + 6a + 9$ e) $100 + 20p + p^2$ f) $81 - 18y + y^2$
g) $a^2 - 8ab + 16b^2$ h) $m^2 + 10mn + 25n^2$ i) $4 - 12c + 9c^2$

334. Ką reikėtų parašyti debesėlio vietoje, kad trinarį galima būtų užrašyti kaip dvinario kvadratą?

a) $x^2 - 2x +$ b) $- 6a + a^2$
c) $y^2 +$ $+ 16$ d) $p^2 + 6p +$

335. Apskaičiuokite taikydami greitosios daugybos formules:

a) $47^2 + 2 \cdot 47 \cdot 13 + 13^2$ b) $105^2 - 2 \cdot 105 \cdot 65 + 65^2$
c) $23^2 - 138 + 3^2$ d) $38^2 + 152 + 4$

336. Parašykite reiškinį kaip dvinario kvadratą ir apskaičiuokite jo reikšmę:

a) $y^2 - 2y + 1$, kai $y = -11$; 0,6; $1\frac{3}{5}$;
b) $9a^2 + 24a + 16$, kai $a = -2$; 0,5; $\frac{1}{4}$;
c) $64 - 80x + 25x^2$, kai $x = 1$; $\frac{1}{5}$; 0,16;
d) $-9 - 100b^2 - 60b$, kai $b = -3$; $1\frac{1}{10}$; 0,4.

337. Kokius reiškinius reikėtų parašyti debesėlių vietoje, kad gautumėte tapatybę:

a) $x^2 - 20x +$ $= (\;\; - \;\;)^2$;
b) $+ 96xy + 36y^2 = (\;\; + \;\;)^2$;
c) $100a^2 +$ $+ 64b^2 = (\;\; + \;\;)^2$;
d) $(\;\; + \;\;)^2 =$ $+ 4{,}2ac + 0{,}49c^2$;

e) $(6m +$ ☁ $)^2 =$ ☁ $+ 60mn +$ ☁;

f) $($☁ $- \frac{1}{5}ay)^2 = \frac{1}{9}a^2x^2 -$ ☁ $+$ ☁?

338. Nurodykite teisingą atsakymą:

a) $(x-7)^2 =$
A $x^2 - 49$
B $x^2 + 49$
C $x^2 - 14x + 49$
D $(x-7)(x+7)$

b) $y^2 - 81 =$
A $(y-9)^2$
B $(y-9)(y+9)$
C $(y-9)(y-9)$
D $y^2 - 18y + 81$

339. Kvadratų skirtumą išreikškite sandauga:

a) $m^2 - n^2$ b) $a^2 - 4$ c) $25 - x^2$
d) $1 - 81x^2$ e) $\frac{9}{4}x^2 - \frac{1}{100}$ f) $\frac{1}{16}a^2x^2 - \frac{1}{4}b^2$

340. Pritaikę formulę, apskaičiuokite reiškinių reikšmes:

a) $31^2 - 29^2$ b) $76^2 - 24^2$ c) $0{,}25^2 - 0{,}75^2$
d) $\left(\frac{2}{7}\right)^2 - \left(\frac{5}{7}\right)^2$ e) $\frac{121^2-11^2}{36^2-24^2}$ f) $\frac{58^2-42^2}{73^2-27^2}$

341. Parašykite teisingą atsakymą.

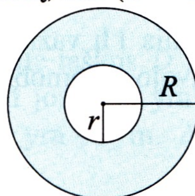
		A	B	C
a)	$(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2$	$12 - 2\sqrt{35}$	2	14
b)	$(\sqrt{11})^2 - (2\sqrt{3})^2$	-1	5	$11 - 4\sqrt{3}$
c)	$(5\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{5})^2$	0	30	$3\sqrt{10}$

342. Išspręskite lygtis, išskaidę reiškinius dauginamaisiais:

a) $36 - x^2 = 0$ b) $m^2 - 0{,}64 = 0$ c) $9 - 16y^2 = 0$
d) $49m^2 - 100 = 0$ e) $\frac{4}{9}p^2 - \frac{16}{25} = 0$ f) $5\frac{1}{16}m^2 - 5\frac{4}{9} = 0$

343. Žiedo išorinio apskritimo spindulys R, o vidinis spindulys r. Pagal skritulio ploto formulę raskite žiedo plotą, kai ($\pi \approx 3{,}14$):

a) $R = 2{,}5$, $r = 1{,}5$;
b) $R = 4{,}25$, $r = 1{,}25$;
c) $R = 15{,}4$, $r = 2{,}6$.



344. 20 cm ilgio atkarpa padalyta į dvi dalis ir ant kiekvienos jų nubraižytas kvadratas. Raskite atkarpos dalių ilgius, jei žinoma, kad kvadratų plotų skirtumas lygus 40 cm^2.

345. a) Dviejų gretimų lyginių skaičių kvadratų skirtumas 28. Raskite tuos skaičius.

b) Dviejų gretimų nelyginių skaičių kvadratų skirtumas 32. Raskite tuos skaičius.

346. a) Ar reiškinio $(6n + 1)^2 - 49$ reikšmė dalijasi iš 12, kai n bet kuris sveikasis skaičius?

b) Ar reiškinio $(3n + 5)^2 - 16$ reikšmė dalijasi iš 9, kai n bet kuris natūralusis skaičius?

347. Užpildykite lentelę.

A	B	A^2	B^2	AB	A − B
$1-\sqrt{3}$	$1+\sqrt{3}$				
$2\sqrt{5}+1$	$2\sqrt{5}-1$				
$3\sqrt{11}-4\sqrt{7}$	$4\sqrt{7}+3\sqrt{11}$				

348. Kuri iš užrašytų lygybių yra tapatybė? Atsakymą pagrįskite.

a) $(x-3)(x-5) = x^2 + 15$;

b) $(a+1)(a+2)(a+3) = a^2(a+6) + 3(4a+3)$;

c) $m^3 - 1 = (m-1)(m^2+1)$;

d) $(p^2+1)(p-1)(p+1) = p^4 - 1$.

349. Suprastinkite reiškinį:

a) $3x^4(x + 3x^2 - 10)$

b) $(y - 4y^3 + 7) \cdot (-2y)$

c) $n^2(n-1) - n(n^2-2)$

d) $3a(6-a) + 2a(7-3a)$

e) $-5a^2b(2a - 2a^2b - a^3)$

f) $6x^3y(xy - 2xy^2 - 3y)$

350. Kepykloje kepami sausainiai kvadratinėse ir stačiakampėse formelėse, kurių dugno plotas yra vienodas. Stačiakampės formelės ilgis 4 mm didesnis, o plotis 3 mm mažesnis už kvadratinės formelės dugno matmenis. Raskite kiekvienos formelės dugno ilgį ir plotį.

351. Lengvasis automobilis 1 h važiavo 55,6 km/h greičiu ir 2 h — 63,4 km/h greičiu. Koks lengvojo automobilio viso kelio vidutinis greitis?

352. Matuojant ežero ilgį (AB) vietovėje, buvo pasirinkti trys taškai A, B ir C, o tada pažymėti dar du taškai D ir E taip, kad taškas C būtų atkarpų AD ir BE vidurio taškas.



a) Nubraižykite brėžinį ir pažymėkite taškus D ir E.

b) Išmatavus DE, buvo gauta, kad jos ilgis yra 400 m. Buvo padaryta išvada, kad ežero plotis taip pat yra 400 m. Ar teisinga tokia išvada? Atsakymą pagrįskite.

Pasitikrinkite

1. Ar tapačiai lygūs šie reiškiniai?

a) $4(x+2)$ ir 0 b) $(x-y)\cdot 0$ ir 0
c) $a-b$ ir $b-a$ d) $(-x)^3$ ir $-x^3$

2. Kurios lygybės yra tapatybės?

a) $5x+x=6x$ b) $-x+11x=10x$
c) $|7x|+|-7x|=0$ d) $28\cdot 32=(30-2)(30+2)$

3. Suprastinkite reiškinį:

a) $2(p+q)-2(q-p)$ b) $4x(x-y)-3x(x+y)$
c) $7(3x-1)+8(1-3x)+3x$ d) $\frac{5}{13}(26-m)+\frac{8}{13}(-m+39)$

4. Sudauginkite ir parašykite gautų vienanarių koeficientus:

a) $15y^2\cdot 3y^3$ b) $-3a\cdot 0{,}4ab$
c) $-\frac{2}{5}xy\cdot\frac{5}{2}xy$ d) $-\frac{1}{7}m^2n\cdot(-7)mn^2$

5. Suprastinkite reiškinius ir apskaičiuokite jų reikšmes:
a) $(x-3)(x+4)-(x-4)(x+3)$, kai $x=5{,}5$; $-\frac{1}{2}$;
b) $(a-2)(a+4)-(a+3)(a+5)$, kai $a=4$; $\frac{1}{6}$.

6. Išspręskite lygtis:

a) $15x-4(2x+3)=5(x-1)$ b) $3(x-4)+2(8-x)=7(x+3)$
c) $(7+3y)(y+2)=3(y^2+15)$ d) $11a^2-(4a+1)(2a-1)=3a^2$

7. Pritaikykite greitosios daugybos formules:

a) $(m+3n)^2$ b) $(3n-m)^2$ c) $(2a-5b)^2$
d) $(0{,}5x+0{,}2y)^2$ e) $(2a-b)(2a+b)$ f) $(6x+y)(y-6x)$
g) $(-7x-3)(7x-3)$ h) $\left(\frac{1}{5}a+b\right)\left(\frac{1}{5}a-b\right)$ i) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$
j) $\left(9+\sqrt{3}\right)\left(9-\sqrt{3}\right)$ k) $\left(\sqrt{6}-5\right)^2$ l) $\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)$

8. Išspręskite lygtis:

a) $(x+3)^2=(x+2)^2-9$ b) $(x-3)^2-(x+5)^2=16$
c) $49(x-2)^2=(7x+3)^2-51$ d) $(8x-1)^2-8x(8x+2)=0$

9. Suprastinkite reiškinį:

a) $(a+3)^2-4a$ b) $16b^2-(7-3b)^2$
c) $(c-2)^2-(2c-1)$ d) $(d^2+5)-(d-5)^2$
e) $(x+y)^2+x(y-x)$ f) $m(4-n)+(m-4)^2$

10. Išspręskite lygtis:

a) $y^2+6y=0$ b) $m^2-21m=0$
c) $13x^2-26x=0$ d) $9x-81x^2=0$

11. Iškelkite bendrą dauginamąjį prieš skliaustus:

a) $5x^2-5x$ b) $-5ax+5bcx$
c) $5x-25x^2$ d) $-10x^3+15x^2$

12. Pakeiskite reiškinį $am-an+ak$ sandauga ir apskaičiuokite jo reikšmę, kai:

a) $a=29$; $m=48$; $n=12$; $k=64$;
b) $a=3{,}7$; $m=12{,}8$; $n=4{,}8$; $k=2$.

13. Įsitikinkite, kad:

a) 8^5+8^4 dalijasi iš 9;
b) $2^{60}+2^{59}-2^{58}$ dalijasi iš 5.

14. Raskite reiškinio reikšmę:

a) x^2+3x, kai $x=97$;
b) x^2-4x, kai $x=104$.

15. Ką reikėtų parašyti daugtaškio vietoje, kad lygybė būtų teisinga:

a) $a^2+b^2=(a+b)^2\ldots$; b) $x^2+y^2=(x-y)^2\ldots$?

16. Parašykite trinarį kaip dvinario kvadratą:

a) $m^2+6mn+9n^2$ b) $25x^2-10x+1$
c) $100+120x+36x^2$ d) $\frac{1}{49}+2x+49x^2$
e) $0{,}16p^2-0{,}24pq+0{,}09q^2$ f) $\frac{1}{100}y^2+\frac{1}{6}y+\frac{25}{36}$

17. Kvadratų skirtumą išreikškite sandauga:

a) $1-81x^2$ b) $16m^2-n^2$ c) $\frac{1}{25}x^2-\frac{1}{36}y^2$
d) $\frac{4}{9}x^2-\frac{16}{49}y^2$ e) $0{,}64x^2y^2-m^4$ f) $p^4-0{,}04a^2b^2$

18. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę nesinaudodami skaičiuokliu ir raskite jos 5%:

a) $7{,}3 \cdot 13{,}7 + 7{,}3 \cdot 6{,}3 + 7{,}7 \cdot 13{,}7 + 7{,}7 \cdot 6{,}3$;
b) $9{,}4 \cdot 18{,}5 + 9{,}4 \cdot 1{,}5 + 10{,}6 \cdot 18{,}5 + 10{,}6 \cdot 1{,}5$;
c) $54{,}3 \cdot 8{,}3 + 54{,}3 \cdot 1{,}7 - 9{,}3 \cdot 8{,}3 - 9{,}3 \cdot 1{,}7$;
d) $22{,}8 \cdot 21{,}4 + 22{,}8 \cdot 3{,}6 - 2{,}8 \cdot 21{,}4 - 2{,}8 \cdot 3{,}6$.

19. Išspręskite lygtis:

a) $49x^2 - 100 = 0$ b) $16 - 9x^2 = 0$

c) $25 - 100x^2 = 0$ d) $36x^2 - 64 = 0$

20. Apskaičiuokite:

a) $|-2-5| \cdot |-2| - |-20|$ b) $5^{-1} - 3^{-2}$

c) $(-3)^{-1} - (-1)^{-3}$ d) $-2\frac{6}{7} \cdot 1{,}4 + 2\frac{1}{7} : 1{,}25$

21. Suprastinkite reiškinį:

a) $\sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{75} - \sqrt{108}$; b) $\left(\sqrt{45} - 2\sqrt{125}\right) \cdot (-\sqrt{5})$.

22. Koks žemėlapio mastelis, jeigu šiame žemėlapyje atstumas tarp Lazdijų ir Varėnos tiesia linija yra 23 cm, o vietovėje tarp šių miestų 69 km?

A 1 : 300 **B** 1 : 3000 **C** 1 : 30 000 **D** 1 : 300 000 **E** 1 : 3 000 000

23. Lengvasis automobilis 40 min. važiavo 90 km/h greičiu, o $1\frac{1}{3}$ h — 75 km/h greičiu. Koks buvo lengvojo automobilio vidutinis greitis?

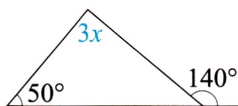
24. Sidabrinio žiedo praba 750. Apskaičiuokite, kiek gramų gryno sidabro yra žiede, kurio masė 6,8 g.

25. Apskaičiuokite, keliais procentais
a) 500 Lt daugiau už 200 Lt; b) 200 Lt mažiau už 500 Lt.

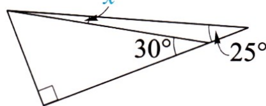
26. Sukapotas malkas sukrauti į rietuvę Rokas gali per 40 min., o Justas — per 60 min. Per kiek laiko šias malkas gali sukrauti į rietuvę abu vaikinai dirbdami kartu?

27. Raskite x:

a)



b)

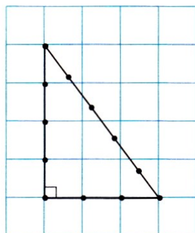


4 PITAGORO TEOREMA



1 Pitagoro teorema

Šiame skyriuje nagrinėsime *stačiuosius* trikampius ir svarbų sąryšį, siejantį jų kraštines.
Nubraižykime statųjį trikampį, kurio statiniai turi 3 ir 4 ilgio vienetus.
Matuodami įsitikiname, kad trikampio įžambinė lygi 5 tokiems ilgio vienetams.



Palyginkime įžambinės kvadratą su statinių kvadratų suma.
Įžambinės kvadratas: $5^2 = 25$.
Statinių kvadratų suma: $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.
Matome, kad yra teisinga lygybė:

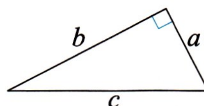
$$5^2 = 3^2 + 4^2.$$

Užduotis. Nubraižykite statųjį trikampį, kurio vienas statinis būtų 5 sąsiuvinio langelių ilgio ($a = 5$), o kitas statinis — 12 sąsiuvinio langelių ilgio ($b = 12$).

1. Naudodamiesi skriestuvu, nustatykite, kelių sąsiuvinio langelių ilgio yra įžambinė c.
2. Palyginkite įžambinės kvadratą su statinių kvadratų suma.

Matome, kad yra teisinga lygybė:

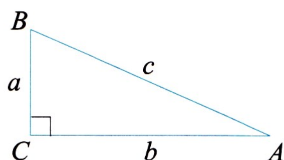
$$c^2 = a^2 + b^2$$



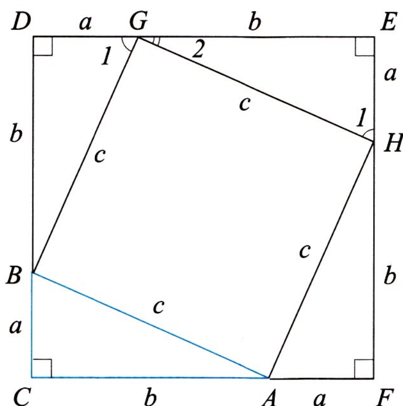


Ši lygybė išreiškia labai svarbią geometrijos teoremą, vadinamą Pitagoro vardu. Pitagoras — senovės graikų mokslininkas, gyvenęs VI a. pr. Kr. Ilgai buvo manoma, kad iki Pitagoro ši teorema nebuvo žinoma, todėl ji buvo pavadinta „Pitagoro teorema“. Tačiau vėliau ši labai svarbi teorema buvo rasta babiloniečių tekstuose, parašytuose prieš 1200 metų iki Pitagoro.

Pitagoro teorema. *Stačiojo trikampio įžambinės kvadratas yra lygus jo statinių kvadratų sumai.*



Duota: $\triangle ABC$ ($\angle C = 90°$),
$BC = a$,
$AC = b$,
$AB = c$.
Įrodyti: $c^2 = a^2 + b^2$.



Įrodymas.

1. Trikampio ABC statinį $CB = a$ pratęskime ilgiu b, o statinį $CA = b$ — ilgiu a, ir nubraižykime kvadratą $CDEF$.

2. Kvadrato kraštinėse DE ir EF pažymėkime taškus G ir H taip, kad $DG = EH = a$, ir nubraižykime keturkampį $ABGH$.

Kvadratą $CDEF$ padalijome į penkias dalis: keturis lygius stačiuosius trikampius ($\triangle ABC = \triangle BGD = \triangle GHE = \triangle HAF$ pagal dvi kraštines ir kampą tarp jų) ir keturkampį $ABGH$.

3. Įrodykime, kad keturkampis $ABGH$ yra kvadratas, t. y. kad jo kraštinės lygios ir kampai statūs.
   Iš keturių trikampių lygumo gauname: $AB = BG = GH = HA = c$.
   Vadinasi, keturkampis $ABGH$ yra rombas.

   $$\angle BGD = \angle GHE \quad \text{ir} \quad \angle 1 + \angle 2 = 90°.$$

   Tuomet

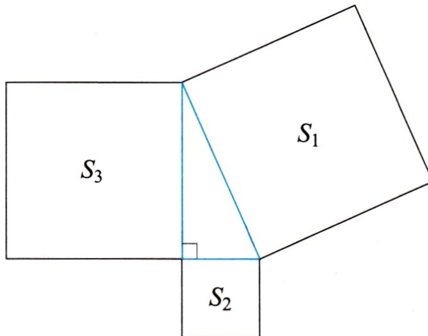
   $$\angle BGH = 180° - (\angle 1 + \angle 2) = 180° - 90° = 90°.$$

   Vadinasi, rombas $ABGH$ yra kvadratas.

4. Apskaičiuokime kvadrato $ABGH$ plotą dviem būdais:
   $S_{ABGH} = c^2$;
   $S_{ABGH} = S_{CDEF} - 4S_{ABC} = (a+b)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2}ab =$
   $= a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = a^2 + b^2$.

   Vadinasi, $c^2 = a^2 + b^2$.

Pitagoro teoremą galima suformuluoti ir taip: „Kvadrato, nubraižyto ant stačiojo trikampio įžambinės, plotas yra lygus kvadratų, nubraižytų ant to trikampio statinių, plotų sumai“.



$$S_1 = S_2 + S_3$$

Užduotis. Atskirame popieriaus lape nubraižykite ir iškirpkite:

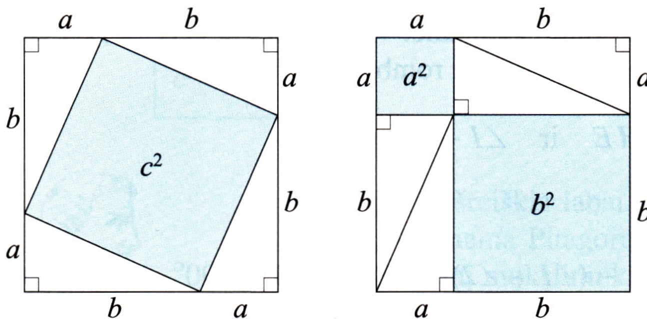
— 8 lygius stačiuosius trikampius, pasirinkę bet kokio ilgio statinius a ir b;

— kvadratą, kurio kraštinė lygi statiniui a;

— kvadratą, kurio kraštinė lygi statiniui b;

— kvadratą, kurio kraštinė lygi nubraižyto trikampio įžambinei c.

Iš šių trikampių ir kvadratų sudėkite (kaip parodyta brėžinyje) du lygius kvadratus, kurių kiekvieno kraštinės ilgis yra $a + b$.





Kodėl galima tvirtinti, kad nuspalvintų kvadratų plotams teisinga lygybė: $c^2 = a^2 + b^2$?

Pratimai ir uždaviniai

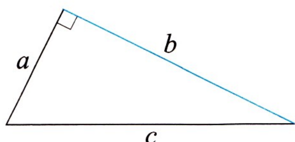
353. Apskaičiuokite stačiojo trikampio įžambinę, kai žinomi statiniai:

a) 12 cm ir 9 cm b) 9 m ir 40 m c) 8 dm ir 15 dm
d) 12 mm ir 16 mm e) 15 dm ir 3,6 m f) 1,5 cm ir 20 mm

354. Stačiojo trikampio statiniai yra a ir b, o įžambinė c. Raskite nežinomą trikampio statinį ir apskaičiuokite jo ilgį 0,1 m tikslumu, jei:

a) $a = 2\,\text{m}$, $c = 5\,\text{m}$ b) $a = 10\,\text{m}$, $c = 15\,\text{m}$
c) $a = 100\,\text{m}$, $c = 110\,\text{m}$ d) $a = 1\,\text{m}$, $c = \sqrt{2}\,\text{m}$

Pavyzdys. *Duota*: $a = 7{,}3\,\text{m}$, $c = 25{,}6\,\text{m}$.
Rasti: b.



Sprendimas. Pagal Pitagoro teoremą $c^2 = a^2 + b^2$.
Įstatome žinomas a ir c reikšmes: $25{,}6^2 = 7{,}3^2 + b^2$.
Randame nežinomą statinį:
$b^2 = 25{,}6^2 - 7{,}3^2 = 655{,}36 - 53{,}29 = 602{,}07$,
$b = \sqrt{602{,}07}$ (m).
Skaičiuokliu ištraukiame kvadratinę šaknį ir rezultatą suapvaliname iki dešimtųjų:
$\sqrt{602{,}07} = 24{,}537114\ldots \approx 24{,}5$ (m).
Atsakymas. $\sqrt{602{,}07}$ m $\approx 24{,}5$ m.

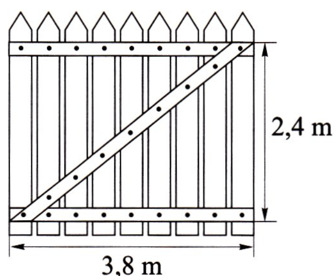
---

355. Raskite nežinomas stačiojo trikampio kraštines ir užpildykite lentelę:

	Įžambinė c	Statinis a	Statinis b
a)		40 cm	9 cm
b)	101 mm	99 mm	
c)	14,9 m		5,1 m
d)		4,8 cm	1,4 cm
e)	10,2 km		4,8 km
f)	1,3 km	1,2 km	
g)	$2\sqrt{2}$ dm		2 dm
h)		3	$\sqrt{3}$

356. Matematikos kabinete esančio kampainio įžambinė lygi 45 cm, o vienas statinis 22,5 cm. Apskaičiuokite antrojo statinio ilgį (0,1 cm tikslumu).

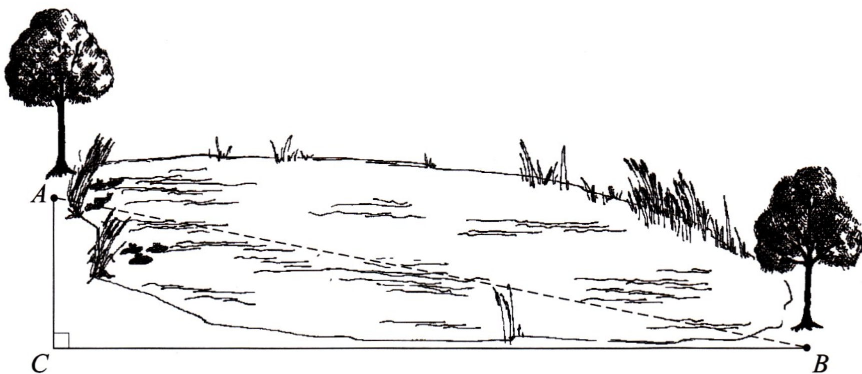
357. Darant stačiakampio formos vartus, jiems sutvirtinti palei įstrižainę prikalama lenta. Ar užteks 4,5 m ilgio lentos brėžinyje pavaizduotiems vartams sutvirtinti?



358. Norėdami išmatuoti atstumą tarp dviejų medžių, augančių priešinguose ežero krantuose, mokiniai naudodamiesi ekeriu viename krante pažymėjo statųjį kampą ACB, išmatavo atstumus nuo kampo viršūnės C iki medžių A ir B ir norimą atstumą surado skaičiuodami.

a) Kam lygus atstumas tarp medžių, jeigu $CA = 28$ m ir $CB = 86$ m? (Atsakymą parašykite 1 m tikslumu.)

b) Pabandykite nusakyti, kaip naudotis piešinyje pavaizduotu ekeriu.

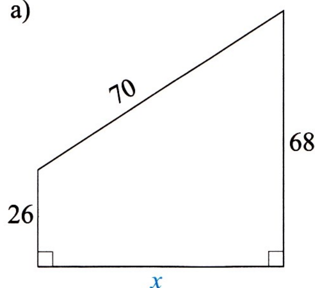



Ekeris

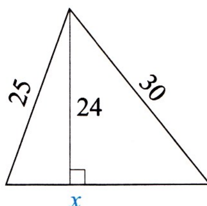
Ekeris (vokiškai *Ecke* — kampas) — instrumentas pastovaus (dažniausiai stataus) kampo kryptims vietovėje žymėti. Ekeriai dažniausiai naudojami geodezijoje.
Piešinyje pavaizduotas paprasčiausias ekeris, kurį nesunkiai galima pasigaminti sukalus statmenai dvi lenteles ir į jų galus įkalus 4 vinutes.

359. Apskaičiuokite x.

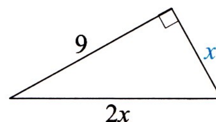
a)



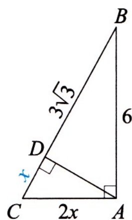
b)



c)



Pavyzdys.



Sprendimas.

Iš stačiojo trikampio ADB, taikydami Pitagoro teoremą, randame AD:

$AB^2 = AD^2 + BD^2$,
$6^2 = AD^2 + (3\sqrt{3})^2$,
$AD^2 = 36 - 27 = 9$,
$AD = \sqrt{9} = 3$.

Iš stačiojo trikampio ADC, taikydami Pitagoro teoremą, gauname:

$AC^2 = AD^2 + DC^2$,
$(2x)^2 = 3^2 + x^2$,
$4x^2 - x^2 = 9$,
$3x^2 = 9$,
$x^2 = 3$,
$x = \sqrt{3}$.

Atsakymas. $\sqrt{3}$.

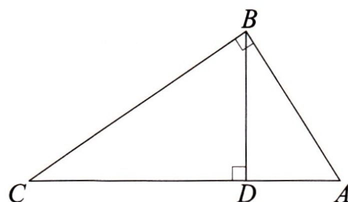
360. Užpildykite lentelę.

	Statinis a	Statinis b	Įžambinė c	Perimetras P	Plotas S
a)	2,7 dm	3,6 dm			
b)		11,2 m	11,3 m		
c)	2,4 cm		2,5 cm		
d)	16,8 cm	26 mm			
e)	6				24

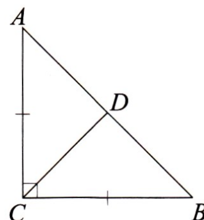
Pavyzdys. Sakykime, kad $a = 7{,}2$ cm; $b = 6{,}5$ cm.

$c^2 = a^2 + b^2$;
$c^2 = 7{,}2^2 + 6{,}5^2 = 51{,}84 + 42{,}25 = 94{,}09$, $\quad c = \sqrt{94{,}09} = 9{,}7$ (cm);
$P = a + b + c = 7{,}2 + 6{,}5 + 9{,}7 = 23{,}4$ (cm);
$S = \frac{ab}{2} = \frac{7{,}2 \cdot 6{,}5}{2} = 23{,}4$ (cm^2).

361. a) Duota: $\triangle ABC$ ($\angle B = 90°$),
$BD \perp AC$,
$BC = 10{,}8$ cm,
$S_{ABC} = 24{,}3$ cm^2.
Apskaičiuokite: AB, AC, BD.



b) Duota: $\triangle ABC$ ($\angle C = 90°$),
$AC = BC$, $AB = 10$ cm,
$\angle ACD = \angle BCD$.
Apskaičiuokite: CD, S_{ABC}.



362. Pasakykite Pitagoro teoremos:

a) sąlygą; b) išvadą.

363. a) Lygiašonio trikampio šoninė kraštinė lygi 20 cm, o pagrindas — 24 cm. Apskaičiuokite aukštinę, nubrėžtą į pagrindą.
b) Lygiakraščio trikampio kraštinė lygi 6. Apskaičiuokite trikampio aukštinę.

364. Kiek kartų kvadrato įstrižainė yra ilgesnė už jo kraštinę?

365. Rombo įstrižainės yra 1,4 m ir 0,48 m. Apskaičiuokite rombo kraštinę.

366. Lygiašonės trapecijos pagrindai yra 20 cm ir 48 cm, o šoninė kraštinė lygi 50 cm. Apskaičiuokite trapecijos aukštinę.

367. Parašykite šiuos skaičius standartine išraiška:

a) 3 700; b) 0,084; c) $621{,}6 \cdot 10^3$; d) $216 \cdot 10^2$.

368. Įkelkite dauginamąjį po šaknies ženklu:

a) $4\sqrt{3}$; b) $3\sqrt{2}$; c) $4\sqrt{\frac{1}{8}}$; d) $0{,}2\sqrt{50}$.

369. Suprastinkite reiškinį:

a) $2(3x - 2y)(3x + 2y)$ b) $4x(2x - 1) - (x - 3)(x + 3)$

c) $(a - 3)^2 - (a + 3)^2$ d) $3(x - 4)^2 - 3x^2$

370. Jeigu $x + 1 = 0$, tai $-2x^2 + 3x + 2 =$

A 3 **B** 7 **C** 1 **D** -1 **E** -3

371. Cisternoje buvo 900 ℓ pieno. 40% pieno buvo išpilstyta į 10 bidonų po lygiai.

a) Kiek litrų pieno buvo kiekviename bidone?
b) Kurią dalį cisternoje likusio pieno sudaro viename bidone esantis pienas?

372. Mokykloje pamokos vyksta pagal tvarkaraštį. Sudaryti pamokų tvarkaraštį yra sudėtingas, daug laiko ir pastangų reikalaujantis darbas. Darant tvarkaraštį laikomasi tam tikrų taisyklių, pavyzdžiui, vieną dieną neturėtų būti daugiau kaip 7 ir mažiau kaip 4 pamokos, tvarkaraštyje neturi būti laisvų pamokų ir pan. Sudarant vienos aštuntosios klasės tvarkaraštį, buvo siekiama, kad tą pačią dieną nebūtų daugiau kaip viena to paties dalyko pamoka (išskyrus lietuvių kalbą).

Panagrinėkite pateiktą tvarkaraščio variantą ir atsakykite į klausimus.

a) Ar pamokų tvarkaraštis visiškai atitinka paminėtus reikalavimus?

b) Keliais būdais galima pataisyti tvarkaraštį, sukeičiant vietomis tik dvi (galbūt skirtingų dienų) pamokas?

c) Keliais būdais galima sudaryti antradienio pamokų tvarkaraštį, jei vietomis galima keisti tik rusų kalbą, chemiją ir geografiją, o kitos pamokos turi likti savo vietose?

d) Kokias taisykles, jūsų manymu, turėtų tenkinti pamokų tvarkaraštis?

PIRMADIENIS
1. Lietuvių kalba
2. Matematika
3. Anglų kalba
4. Muzika
5. Etika / Tikyba
6. Fizika

ANTRADIENIS
1. Matematika
2. Lietuvių kalba
3. Rusų kalba
4. Chemija
5. Geografija
6. Kūno kultūra

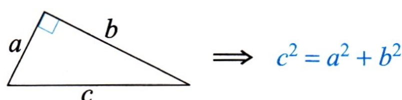
TREČIADIENIS
1. Anglų kalba
2. Lietuvių kalba
3. Matematika
4. Istorija
5. Biologija
6. Fizika

KETVIRTADIENIS
1. Matematika
2. Matematika
3. Lietuvių kalba
4. Biologija
5. Istorija
6. Anglų kalba
7. Kūno kultūra

PENKTADIENIS
1. Rusų kalba
2. Geografija
3. Lietuvių kalba
4. Chemija
5. Anglų kalba

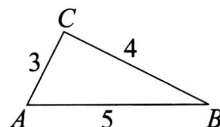
2 Atvirkštinė Pitagoro teorema

Iš praeito skyrelio žinome, kad jeigu trikampis yra statusis, tai vienos jo kraštinės (įžambinės) kvadratas lygus kitų kraštinių (statinių) kvadratų sumai.

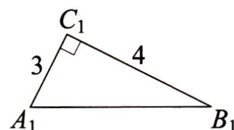


UŽDAVINYS.
Duotas trikampis, kurio kraštinių ilgiai yra 3; 4 ir 5. Matome, kad jo ilgiausios kraštinės kvadratas yra lygus kitų kraštinių kvadratų sumai, t. y. $5^2 = 3^2 + 4^2$. Ar šis trikampis yra statusis?

Sprendimas.



1) Nubraižykime trikampį ABC, kurio kraštinių ilgiai būtų 3; 4 ir 5.



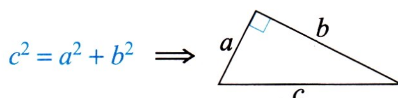
2) Nubraižykime *statųjį* trikampį $A_1B_1C_1$, kurio statinių ilgiai būtų 3 ir 4. Pagal Pitagoro teoremą jo įžambinė yra 5, nes $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.

3) Nubraižytieji trikampiai yra lygūs ($\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$), nes lygios tų trikampių kraštinės. Vadinasi, yra lygūs ir atitinkami jų kampai. Todėl $\angle C = \angle C_1 = 90°$.

   Įrodėme, kad trikampis ABC yra statusis.

Taigi yra teisinga *atvirkštinė Pitagoro teorema.*

Jeigu trikampio vienos kraštinės kvadratas yra lygus kitų dviejų kraštinių kvadratų sumai, tai tas trikampis yra statusis.



Trys natūralieji skaičiai, iš kurių dviejų skaičių kvadratų suma yra lygi trečiojo skaičiaus kvadratui, vadinami *Pitagoro skaičių trejetais*, o trikampiai, kurių kraštinių ilgiai lygūs tokiems skaičiams, — *Pitagoro trikampiais*. Tokių skaičių trejetų yra be galo daug, pavyzdžiui:

5, 12, 13; 6, 8, 10; 8, 15, 17; 9, 12, 15; 9, 40, 41; 11, 60, 61; 12, 16, 20 ir t. t.

Pavyzdys. Trikampio kraštinių ilgiai yra: a) 12, 28, 30; b) 10, 24, 26.
Nustatykime, kurie iš šių trikampių yra Pitagoro trikampiai.

a) $12^2 = 144$; $28^2 = 784$; $30^2 = 900$. Kadangi $144 + 784 \neq 900$, tai trikampis nėra Pitagoro trikampis.

b) $10^2 = 100$; $24^2 = 576$; $26^2 = 676$. Kadangi $100+576 = 676$, tai trikampis yra Pitagoro trikampis.

Pratimai ir uždaviniai

373. Trikampio kraštinių ilgiai yra:
a) 28, 45, 53; b) 34, 16, 30; c) 21, 25, 32; d) 120, 122, 22.
Nustatykite, kuriuo atveju trikampis yra statusis.

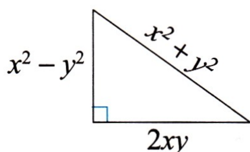
374. Žinomi dviejų trikampio kraštinių ilgiai. Kokio ilgio turėtų būti trečioji kraštinė, kad trikampis būtų Pitagoro?
a) 10 m ir 8 m; b) 7 dm ir 24 dm; c) 20 mm ir 21 mm.

375. Žinomi dviejų trikampio kraštinių ilgiai. Kokio ilgio turėtų būti trečioji kraštinė, kad trikampis būtų statusis?
a) 3 ir 5; b) $\sqrt{2}$ ir 3; c) 1 ir $\sqrt{3}$; d) $\sqrt{5}$ ir $\sqrt{6}$.
Pastaba. Iš anksto nežinome, kuri kraštinė yra įžambinė.

376. Senovės graikų mąstytojas Platonas nustatė tokią taisyklę Pitagoro skaičių trejetams rasti: „Jeigu vienas statinis yra lyginis skaičius $2p$, o kitas statinis yra $p^2 - 1$, tai įžambinė bus $p^2 + 1$“.
Pagal pateiktą pavyzdį pasirinkite tris natūraliąsias p reikšmes, užpildykite lentelę ir patikrinkite, ar gautieji a, b, c yra Pitagoro skaičių trejetai.

p	$a = 2p$	$b = p^2 - 1$	$c = p^2 + 1$	Lygybės $a^2 + b^2 = c^2$ patikrinimas
5	$2 \cdot 5 = 10$	$5^2 - 1 = 24$	$5^2 + 1 = 26$	$10^2 = 100$; $24^2 = 576$; $26^2 = 676$; $100 + 576 = 676$ — teisinga.

377. x ir y yra natūralieji skaičiai, $x > y$.



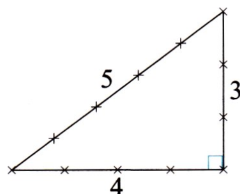
a) Įsitikinkite, kad brėžinyje pateiktas trikampis yra status.

b) Parinkę x ir y reikšmes, raskite du Pitagoro skaičių trejetus.

378. Skaičių trejetai yra stačiojo trikampio kraštinių ilgiai, parašyti didėjimo tvarka. Raskite žvaigždute pakeistą skaičių:

a) $(0{,}3;\ *;\ 0{,}5)$; b) $(1;\ *;\ 2)$; c) $(\sqrt{2};\ \sqrt{3};\ *)$; d) $\left(\frac{1}{5};\ *;\ \frac{1}{3}\right)$.

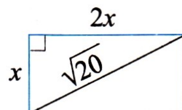
379. a) Sudaryti statųjį kampą vietovėje galima taip: virvelėje vienodais atstumais sumezgama 13 mazgelių, o tada virvelė surišama taip, kad pirmas ir tryliktas mazgeliai sutaptų. Gaunama uždara virvelė, kuri mazgeliais padalyta į 12 vienodo ilgio atkarpų. Tada virvelė įtempiama, įbedus tris kuoliukus taip, kad susidarytų trikampis, kurio kraštinių ilgiai būtų 3; 4 ir 5. Kampas, esantis prieš ilgiausiąją kraštinę, bus status.



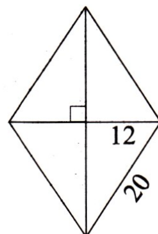
b) Kaip trimis kuoliukais reikia įtempti galais surištą ir mazgeliais į 30 lygių dalių padalytą virvę, kad iš jos gautume statųjį trikampį?

Nurodymas. Pasinaudokite teorinėje dalyje pateiktais Pitagoro skaičių trejetų pavyzdžiais.

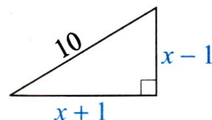
380. Apskaičiuokite stačiakampio perimetrą.



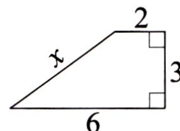
381. Apskaičiuokite rombo įstrižaines.



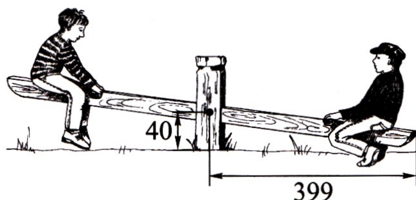
382. Apskaičiuokite stačiojo trikampio statinius ir plotą.



383. Apskaičiuokite stačiosios trapecijos perimetrą, plotą ir įstrižaines.



384. Vaikiškų svirtinių sūpuoklių lenta įtvirtinta jos vidurio taške. Pagal paveikslo duomenis (centimetrais) apskaičiuokite sūpuoklių lentos ilgį metrais.



385. Apskaičiuokite patogiausiu būdu:

a) $\frac{5}{8} \cdot (-3{,}62) - 1{,}18 \cdot \frac{5}{8}$; b) $28{,}3 + (-1{,}8 + 6) - (18{,}2 - 11{,}7)$.

386. Suprastinkite reiškinį:

a) $\left(\sqrt{125} - \sqrt{5}\right) \cdot \sqrt{5}$; b) $\sqrt{3} \cdot \left(5\sqrt{12} - 2\sqrt{48} + 2\sqrt{27}\right) - 20$.

387. Išskaidžius reiškinį $3(x + y) - (x^2 - y^2)$ dauginamaisiais, gausime:

A $(x + y)(3 - x + y)$ **B** $(x + y)(3 + x - y)$ **C** $(x - y)(3 - x - y)$
D $(x - y)(3 + x + y)$ **E** $3(x + y)(1 - x + y)$

388. Keleivis, 2 h važiavęs priemiestiniu autobusu ir 2 h traukiniu, nuvažiavo 240 km. Apskaičiuokite autobuso greitį, jeigu jis du kartus mažesnis už traukinio greitį.

389. Skritulio plotas lygus 28,26 dm^2 ($\pi \approx 3{,}14$). Apskaičiuokite apskritimo, ribojančio šį skritulį, ilgį.

390. Lentelėje parodyta, kokias sporto sekcijas lanko studentai.

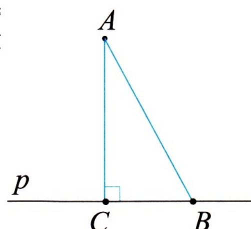
Sekcija	Krepšinio	Plaukimo	Teniso	Lengvosios atletikos
Studentų skaičius	2600	800	230	370

a) Duomenis ketinama pavaizduoti skrituline diagrama. Koks bus kampas išpjovos, vaizduojančios plaukimo sekciją lankančių studentų dalį?
b) Kiek procentų studentų lanko krepšinio sekciją?

3 Atstumas nuo taško iki tiesės. Trikampio nelygybė

Naujakurys netoli plento pasistatė gyvenamąjį namą. Kaip jis turi nutiesti kelią, kad atstumas nuo namo iki plento būtų trumpiausias?





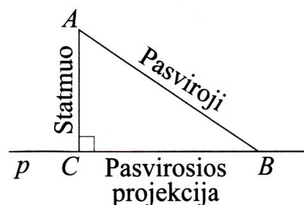
Brėžinyje pavaizduoti du keliai nuo taško A, atitinkančio namą, iki tiesės p, atitinkančios plentą. Kelias AC statmenas plentui, o kitas kelias AB nestatmenas. Stačiajam trikampiui ACB teisinga Pitagoro teorema:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2.$$

Iš čia $AB^2 > AC^2$, arba $AB > AC$. Analogiškai $AB > BC$.

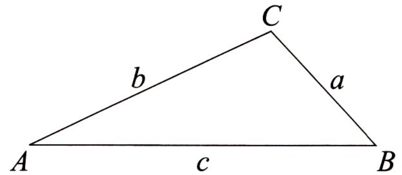
Stačiojo trikampio įžambinė yra ilgesnė už kiekvieną jo statinį.

Vadinasi, trumpiausias kelias nuo namo iki plento yra tas, kuris eina statmenai.
Atkarpa AC dar vadinama *statmeniu* iš taško A į tiesę p, atkarpa AB — *pasvirąja*, nubrėžta iš taško A į tiesę p, o atkarpa BC — *pasvirosios projekcija* tiesėje p.



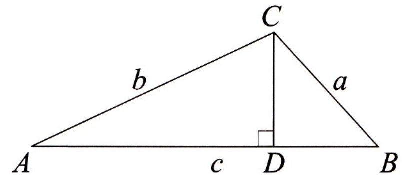
Taigi statmuo iš taško į tiesę yra trumpesnis už kiekvieną iš to taško nubrėžtą pasvirąją.
Beje, aišku, kad kelias iš B į A yra trumpesnis už kelią BCA. Įrodykime, kad tai teisinga bet kokiam trikampiui, ne tik stačiajam.

Teorema (trikampio nelygybė). *Kiekviena trikampio kraštinė yra trumpesnė už kitų dviejų kraštinių sumą.*



Duota: $\triangle ABC$,
$BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.
Įrodyti: $a < b + c$,
$b < a + c$,
$c < a + b$.

Įrodymas. Tegul c yra ilgiausioji šio trikampio kraštinė. Akivaizdu, kad pirmosios dvi nelygybės yra teisingos. Įrodysime, kad teisinga nelygybė $c < a + b$. Nubrėžkime trikampio aukštinę CD. Taškas D dalija kraštinę AB į dvi dalis AD ir BD. Iš stačiųjų trikampių BDC ir ADC gauname:



$BD < a$ ir $AD < b$.

Tada $c = BD + AD < a + b$.
Įrodėme, kad ir $c < a + b$.
Tai, be kita ko, reiškia, kad jeigu duotos trys atkarpos, tai nubrėžti iš jų trikampį galima tik tada, kai ilgiausioji atkarpa yra trumpesnė už kitų dviejų sumą.

Praktinė užduotis. Nubrėžkite atkarpą AB. Kur turi būti taškas C, kad būtų teisinga lygybė $AB = AC + CB$?

? Suformuluokite sąlygą, kada trys taškai yra vienoje tiesėje.

Pratimai ir uždaviniai

391. Atstumas tarp Alytaus ir Varėnos lygus 50 km. Daugai yra tarp Alytaus ir Varėnos 15 km atstumu nuo Alytaus. Laikydami, kad visi trys miestai yra vienoje tiesėje, raskite atstumą tarp Varėnos ir Daugų.

392. Ar taškai A, B ir C yra vienoje tiesėje, kai:
a) $AC = 6$ cm, $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm;
b) $AB = 10{,}6$ m, $AC = 2{,}8$ m, $BC = 7{,}8$ m?

393. Apskaičiuokite atstumą nuo trikampio viršūnių iki prieš jas esančių kraštinių, jeigu:
a) trikampis yra lygiakraštis, o jo kraštinės ilgis lygus 1;
b) trikampis yra statusis, o jo statinių ilgiai yra 12 cm ir 35 cm;
c) trikampis yra lygiašonis, o jo kraštinių ilgiai yra 5; 5 ir 6.

394. Nubraižykite trikampį ABC. Per jo viršūnę A nubrėžkite tiesę l, kuri būtų vienodai nutolusi nuo kiekvieno kraštinės BC taško.

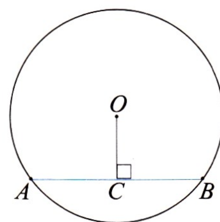
395. Nubrėžkite dvi lygiagrečias tieses, atstumas tarp kurių būtų lygus 5 cm.

396. Vienoje 45° kampo kraštinėje pažymėtas taškas M, nutolęs 1 cm nuo kampo viršūnės. Kitoje šio kampo kraštinėje pažymėtas taškas N, nutolęs 2 cm nuo kampo viršūnės. Raskite taškų M ir N atstumus nuo kampo kraštinių.

397. Turime gabalą lanksčios vielos. Ar galima iš jos išlankstyti trikampį, kurio:

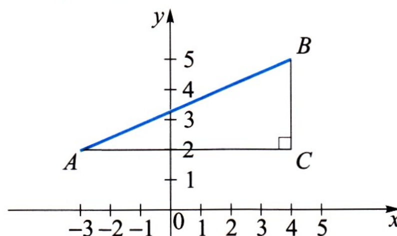
a) ilgiausioji kraštinė lygi pusei vielos ilgio;
b) ilgiausioji (arba viena iš ilgiausių, jei tokių yra kelios) kraštinė lygi trečdaliui vielos ilgio;
c) kraštinių ilgiai proporcingi skaičiams 1; 1; 2;
d) kraštinių ilgiai proporcingi skaičiams 1; 2; 2?

398. Apskritimo spindulys yra 10 cm, o atstumas nuo centro iki stygos AB — 6 cm. Apskaičiuokite stygos AB ilgį.

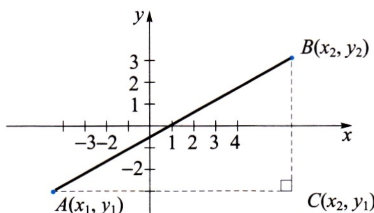


399. Iš taško A nubrėžta $10\sqrt{2}$ cm ilgio pasviroji tiesei l, sudaranti su ja 45° kampą. Apskaičiuokite pasvirosios projekciją tiesėje l.

400. Apskaičiuokite atstumą tarp taškų $A(-3; 2)$ ir $B(4; 5)$.



Pavyzdys. Remdamiesi Pitagoro teorema, atstumą tarp taškų $A(x_1, y_1)$ ir $B(x_2, y_2)$ išreikškime tų taškų koordinatėmis. Čia $x_2 > x_1$; $y_2 > y_1$.

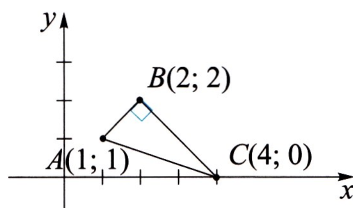


$\triangle ABC$ — status ($\angle C = 90^\circ$),
$AC = x_2 - x_1$,
$BC = y_2 - y_1$,
$AB^2 = AC^2 + BC^2$.

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

401. Iš taško O į tiesę p nubrėžti statmuo ir pasviroji. Statmuo du kartus trumpesnis už pasvirąją. Apskaičiuokite pasvirąją, jeigu jos projekcija šioje tiesėje lygi 20 cm.

402. Remdamiesi atvirkštine Pitagoro teorema, įrodykite, kad trikampis ABC yra status.



403. Ar status trikampis, kurio viršūnių koordinatės yra $A(-1; -1)$, $B(-5; -1)$, $C(-3; -4)$? Ar šis trikampis yra lygiašonis?

404. Nubraižykite keturkampį, kurio viršūnių koordinatės yra $(-3; -2)$, $(-3; 5)$, $(1; 5)$, $(1; -2)$. Apskaičiuokite to keturkampio perimetrą ir plotą.

405. Apskaičiuokite:

a) $5^{12} \cdot 5^{-10}$; b) $7^{-8} : 7^{-7}$; c) $\left(2^3\right)^{-2}$.

406. Suprastinkite reiškinį:

a) $5\sqrt{2} - \sqrt{18}$; b) $10\sqrt{3} - 4\sqrt{48} - \sqrt{75}$.

407. Įrodykite tapatybę:

a) $(x - 3)(x + 4) = x(x + 1) - 12$; b) $a(a - 2) - 8 = (a + 2)(a - 4)$.

408. Raskite y:

a) $\frac{1}{5} : y = \frac{1}{30} : \frac{1}{5}$; b) $6\frac{3}{7} : 1\frac{6}{7} = 4{,}5 : y$.

409. Vienoje parduotuvėje žmogus išleido 40% turėtų pinigų, o kitoje — 30% likusių. Žmogui dar liko 105 Lt. Kiek litų jis turėjo iš pradžių?

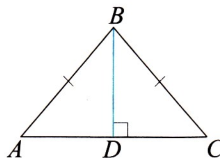
410. a) Atstumas žemėlapyje tarp Alytaus ir Šakių lygus 220 mm, o vietovėje tarp šių miestų yra 88 km. Koks žemėlapio mastelis?

b) Žemės sklypą žemėlapyje vaizduoja daugiakampis, kurio plotas lygus 4 cm^2. Žemėlapio mastelis yra 1 : 10 000. Koks tikrasis sklypo plotas?

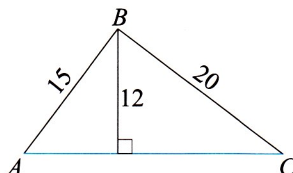
c) Žemėlapyje 1 centimetras atitinka 2 km vietovėje. Kiek kvadratinių kilometrų atitinka 5 cm^2 plotas žemėlapyje?

Pasitikrinkite

1. Duota: $AB = BC = 73\,\text{cm}$,
$AC = 96\,\text{cm}$,
$BD \perp AC$.
Apskaičiuokite: BD.

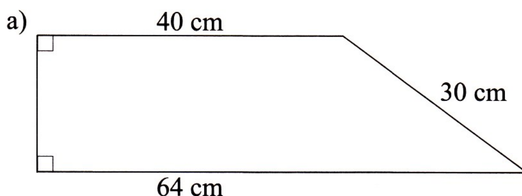


2. Apskaičiuokite trikampio ABC kraštinę AC.

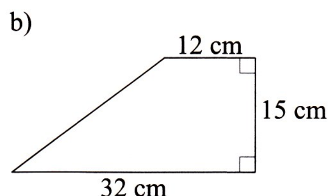


3. Raskite stačiosios trapecijos perimetrą ir plotą.

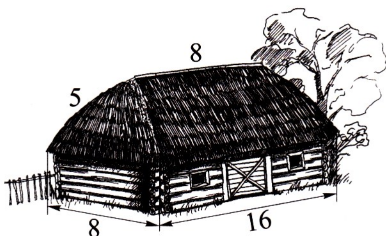
a)



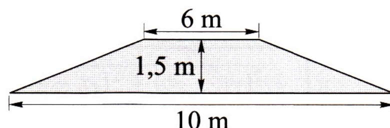
b)



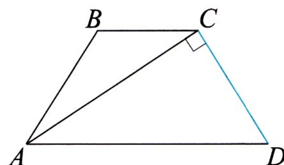
4. Pastato stogas yra keturių dalių: dvi dalys yra lygiašonės trapecijos formos, o kitos dvi — lygiašonio trikampio formos. Apskaičiuokite stogo paviršiaus plotą (matmenys pateikti metrais).



5. Pylimo skerspjūvis yra lygiašonės trapecijos formos. Apskaičiuokite šlaito ilgį ir pylimo skerspjūvio plotą.



6. Duota: $ABCD$ — trapecija, $AB = CD$,
$AC \perp CD$, $BC = 7\,\text{cm}$,
$AD = 25\,\text{cm}$, $AC = 20\,\text{cm}$.
Apskaičiuokite: CD, S_{ABC}.



7. Raskite rombo įstrižaines, jeigu jų ilgių santykis yra 3 : 4, o perimetras lygus 40 dm.

8. Trikampio kraštinių ilgiai yra:

a) 20; 21; 29; b) 14; 48; 50; c) 16; 64; 65; d) 15; 112; 113.
Nustatykite, kuriuo atveju trikampis yra statusis.

9. Raskite x, jeigu parašyti trys skaičiai yra stačiojo trikampio kraštinių ilgiai, išdėstyti mažėjimo tvarka:

a) 3; 2,4; x; b) x; 1,6; 1,2; c) $\sqrt{7}$; x; $\sqrt{3}$; d) $3\sqrt{2}$; x; x.

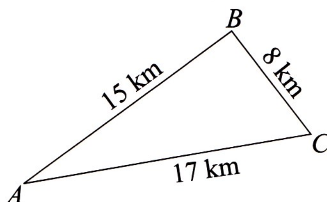
10. Apskaičiuokite plotą lygiašonės trapecijos, kurios pagrindai yra 8 cm ir 16 cm, o šoninė kraštinė — 5 cm.

11. Taškai A, B ir C yra vienoje tiesėje. $AC = 10\,\text{cm}$, $BC = 6\,\text{cm}$. Apskaičiuokite atstumą AB.

12. Koordinačių plokštumoje pavaizduokite taškus $A(-1; 1)$ ir $B(2; -3)$. Apskaičiuokite atkarpos AB ilgį.

13. Plane pavaizduoti keliai tarp gyvenviečių A, B ir C. Raskite atstumą vietovėje:

a) nuo A iki BC;
b) nuo B iki AC;
c) nuo C iki AB.



14. Ar yra trikampis, kurio kraštinių ilgiai lygūs:

a) 2 cm, 3 cm, 4 cm
b) 10, 5, 5
c) 1,5 dm, 3,5 dm, 1,8 dm
d) 15 cm, 3,4 dm, 0,2 m?

15. Ar iš 18 dm ilgio vielos galima išlankstyti trikampį, kurio vienos kraštinės ilgis būtų lygus:

a) 12 dm; b) 9 dm; c) 7 dm?

16. Ar gali trikampio kraštinių ilgiai būti proporcingi skaičiams:
a) 3 : 5 : 9; b) 2 : 3 : 5; c) 6 : 7 : 10?

17. Iš taško į tiesę nubrėžti statmuo ir pasviroji, kurių ilgių suma lygi 25 cm, o skirtumas 9 cm. Apskaičiuokite pasvirosios projekciją tiesėje.

18. Lygiakraščio trikampio kraštinė lygi 8. Apskaičiuokite:

a) trikampio aukštinę; b) trikampio plotą.

19. Palyginkite skaičius:

a) $3\sqrt{8}$ ir $2\sqrt{32}$; b) $4\sqrt{27}$ ir $5\sqrt{12}$; c) $\frac{\sqrt{20}}{2}$ ir $\frac{\sqrt{80}}{4}$.

20. Apskaičiuokite laipsnių 2^4 ir 2^{-3}:

a) sumą	b) skirtumą	c) sandaugą
d) dalmenį	e) kvadratų sumą	f) kvadratų skirtumą

21. Suprastinkite reiškinį:

a) $(x-1)(x+1)-(x+2)^2$ b) $(a-3)^2-(a-2)(a+2)$

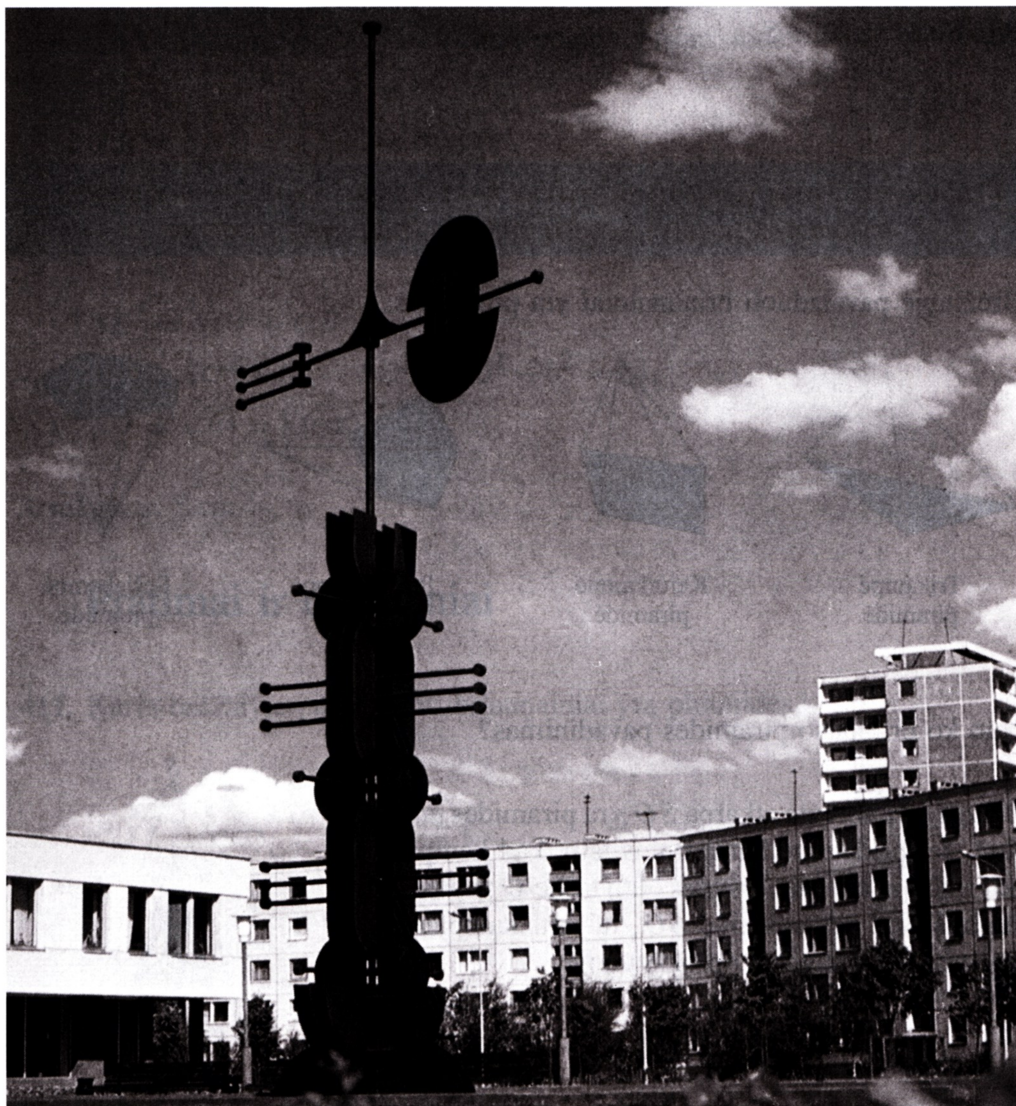
c) $2x(3x-4)-6(x-5)^2$ d) $-(a+3)a+(a-1)^2$

22. Apskaičiuokite, kiek procentų:
a) 40 Lt sudaro turimų 200 Lt; b) 200 Lt sudaro turimų 40 Lt.

23. Įrodykite tapatybę:
a) $(a+2)(a-3)-(a-6)^2=11a-42$;
b) $(a+3)^2-(a-2)(a+2)-9=6a+4$.

24. Virvė, kurios ilgis 16,5 m, padalyta į dvi dalis taip, kad viena dalis 2,5 m trumpesnė už kitą. Koks virvės dalių ilgis?

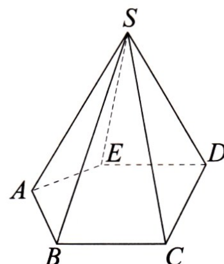
5 ERDVINIAI KŪNAI



1 Piramidė

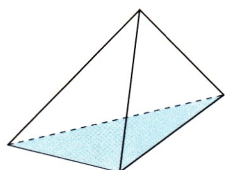
Nubraižykime bet kokį iškiląjį daugiakampį, pavyzdžiui, penkiãkampį $ABCDE$. Paimkime tašką S, nepriklausantį to penkiakampio plokštumai. Sujunkime jį su penkiakampio viršūnėmis A, B, C, D ir E. Gautas briaunainis $SABCDE$ yra piramidė.

Penkiakam̃pė piramidė $SABCDE$.
Piramidės pagrindas $ABCDE$.
Šoninės sienos: SAB, SBC, SCD, SDE, SEA.
Šoninės briaunos: SA, SB, SC, SD, SE.
Piramidės viršūnė S.

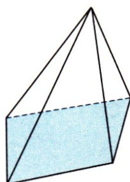


Briaunainis, kurio viena siena yra bet koks daugiakampis, o kitos sienos — trikampiai, turintys bendrą viršūnę, vadinamas piramide.

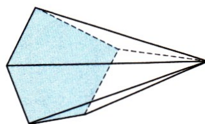
Brėžinyje pavaizduoti briaunainiai yra piramidės.



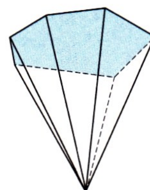
Trikampė piramidė



Keturkampė piramidė



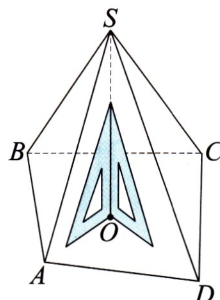
Penkiakampė piramidė



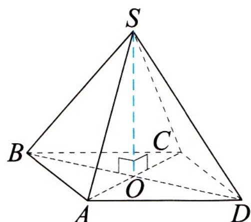
Šešiakampė piramidė

? Nuo ko priklauso piramidės pavadinimas?

Brėžinyje nubrėžta atkarpa SO yra piramidės *aukštinė*. Jei pridėtume kampainius taip, kad kampainių stačiųjų kampų viršūnės būtų taške O ir vienas statinis eitų per aukštinę SO, tai kiti kampainių statiniai būtų pagrindo plokštumoje.



UŽDAVINYS. Piramidės $SABCD$ pagrindas yra kvadratas $ABCD$, kurio įstrižainė lygi 12 cm. SO — piramidės aukštinė. Šoninė briauna SB lygi 10 cm. Apskaičiuokite piramidės aukštinę.



Duota: $SABCD$ — keturkampė piramidė,
$ABCD$ — kvadratas, SO — aukštinė,
$BD = 12$ cm, $SB = 10$ cm.
Apskaičiuokite SO.

Sprendimas. Kadangi keturkampis $ABCD$ yra kvadratas, tai jo įstrižainės yra lygios, o susikirtimo taškas kiekvieną jų dalija pusiau, todėl

$$OB = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6\,(\text{cm}).$$

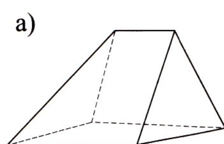
Trikampis SOB yra statusis. Remiantis Pitagoro teorema,

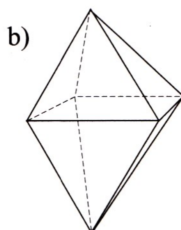
$$SB^2 = SO^2 + OB^2,$$
$$10^2 = SO^2 + 6^2, \quad SO^2 = 10^2 - 6^2 = 64,$$
$$SO = \sqrt{64} = 8\,(\text{cm}).$$

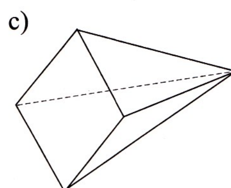
Atsakymas. 8 cm.

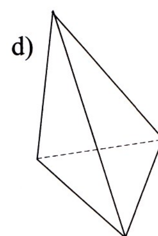
Pratimai ir uždaviniai

411. Kurie brėžinyje pavaizduoti briaunainiai yra piramidės?

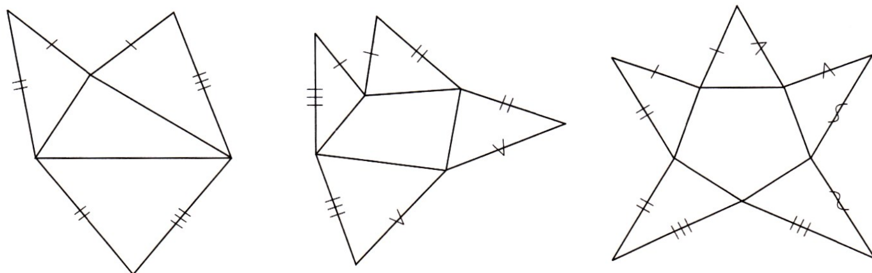
a) 

b) 

c) 

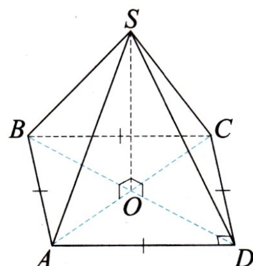
d) 

412. Brėžinyje pavaizduotos trikampės, keturkampės ir penkiakampės piramidės išklotinės. Pavaizduokite šešiakampės piramidės, kurios šoninės sienos yra lygiakraščiai trikampiai, išklotinę.

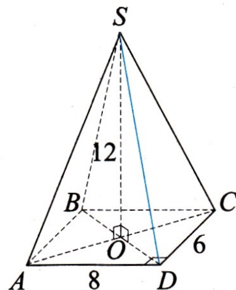


413. Pavaizduokite sąsiuvinyje piramidę, kurios pagrindas yra stačiakampis. Išvardykite piramidės: a) sienas; b) briaunas; c) šonines sienas; d) šonines briaunas; e) pagrindo kraštines.

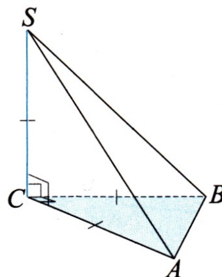
414. Piramidės $SABCD$ pagrindas — kvadratas $ABCD$, aukštinė $SO = 5$ cm, o šoninė briauna $SA =$ $= 13$ cm. Apskaičiuokite pagrindo įstrižainę.



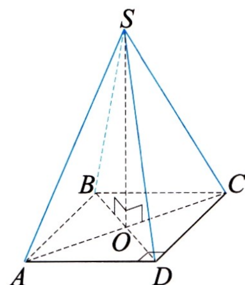
415. Briaunainis $SABCD$ — piramidė, kurios pagrindas $ABCD$ — stačiakampis. Aukštinė $SO = 12$, o pagrindo kraštinės lygios 8 ir 6. Apskaičiuokite šoninę briauną SD.



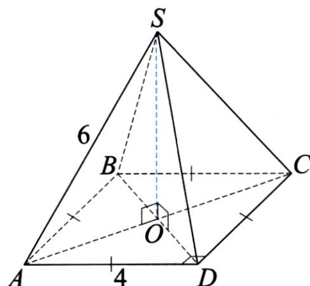
416. Duota: $SABC$ — piramidė,
SC — aukštinė,
$AC = BC = SC$,
$AB = 15$.
Apskaičiuokite piramidės aukštinę ir pagrindo plotą.



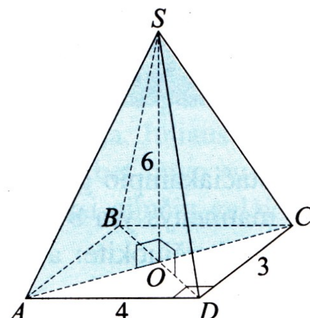
417. Piramidės $SABCD$ pagrindas yra stačiakampis, O — įstrižainių susikirtimo taškas, SO — piramidės aukštinė. Įrodykite, kad šoninės piramidės briaunos yra lygios.



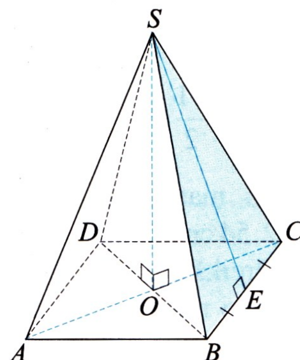
418. Briaunainis $SABCD$ — piramidė. Pagrindas $ABCD$ — kvadratas, kurio kraštinė lygi 4, O — kvadrato įstrižainių susikirtimo taškas, SO — piramidės aukštinė. Šoninė briauna $SA = 6$. Raskite piramidės aukštinės SO ilgį.



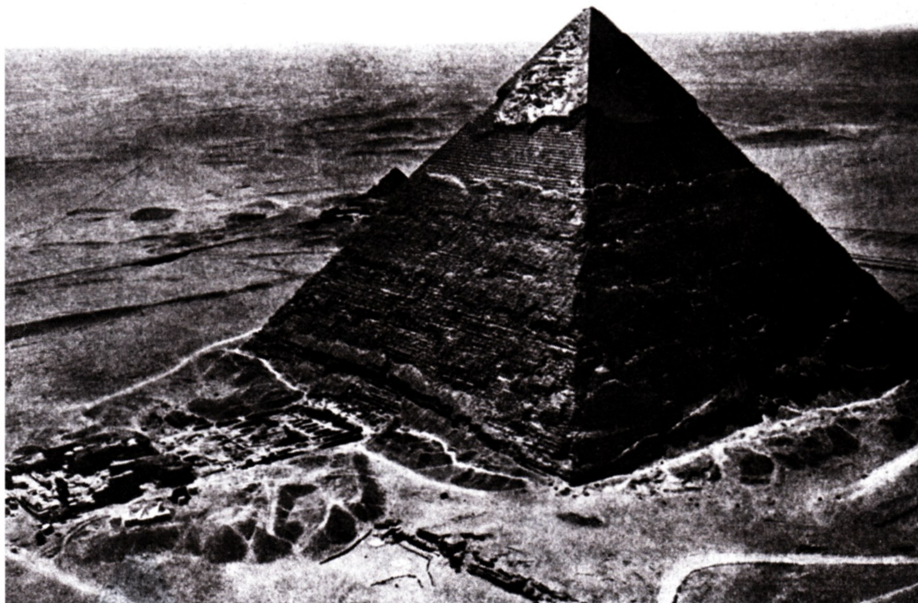
419. Duota: $SABCD$ — piramidė,
$ABCD$ — stačiakampis, O — jo įstrižainių susikirtimo taškas,
SO — aukštinė,
$SO = 6$,
$AD = 4$, $DC = 3$.
Apskaičiuokite $S_{\triangle SAC}$.



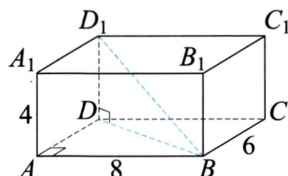
420. Duota: $SABCD$ — piramidė,
$ABCD$ — kvadratas,
O — kvadrato įstrižainių susikirtimo taškas,
SO — piramidės aukštinė,
SE — piramidės šoninės sienos aukštinė,
$AB = 10\,\text{cm}$, $AS = 15\,\text{cm}$.
Apskaičiuokite: AC, SO, SE, $S_{\triangle BSC}$.



421. Cheopso piramidės, pastatytos Egipte prieš 4500 metų, pagrindas yra kvadratas, kurio plotas apytiksliai lygus 50 176 m^2. Šoninės piramidės sienos yra lygiašoniai trikampiai, kurių kiekvieno aukštinė, nubrėžta į pagrindą, apytiksliai lygi 185 m. Apskaičiuokite piramidės aukštį (1 m tikslumu).



422. Stačiakampio gretasienio $ABCDA_1B_1C_1D_1$ matmenys yra 8 cm × 6 cm × 4 cm. Apskaičiuokite: a) BD; b) BD_1.



423. Amerikoje taikoma tokia taisyklė apskaičiuoti vidutinei žmogaus masei (kai žmogus yra aukštesnis kaip 5 pėdos):

$$m = \frac{11}{2}(h - 60) + 110$$

(m matuojama svarais, o h — coliais; 1 svaras = 0,454 kg, 1 colis = 2,54 cm, 1 pėda = 30,5 cm).
Išreikškite savo ūgį pėdomis ir, jeigu taisyklė jums tinka, pritaikykite ją savo masei kilogramais nustatyti.

424. Apskaičiuokite:

a) $2 \cdot 3^{-1}$; b) $2^{-2} - 3^{-2} + 4^{-1} + 5^{0}$.

425. Raskite dviejų iracionaliųjų skaičių $\sqrt{12}$ ir $\sqrt{2}$:

a) sumą b) skirtumą c) sandaugą
d) dalmenį e) kvadratų sumą f) sumos kvadratą

426. Kiek pinigų reikia padėti į banką, norint per metus gauti:
a) 450 Lt palūkanų esant 3,6% metinių palūkanų normai;
b) 2000 Lt palūkanų esant 5% metinių palūkanų normai?

427. Parašykite trupmenai $\frac{5}{13}$ lygią trupmeną, kurios skaitiklis būtų:
a) 65; b) 130.

428. Užpildykite tuščius langelius sveikaisiais skaičiais -3; -4; -5; -6; -8 taip, kad susidarytų magiškas kvadratas.

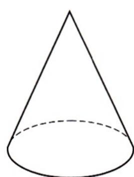
-10		
	-7	-9
	-11	

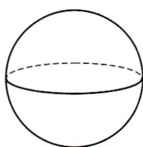
429. a) Kokios rūšies yra trikampis, kurio dvi kraštinės lygios 4 cm ir 3 cm, o perimetras lygus 12 cm? Atsakymą pagrįskite.
b) Apskaičiuokite šio trikampio plotą.

430. Buvo gražus pavasario rytas, ir įkvėpimo pagautas Julius parašė pirmąją eilėraščio eilutę: „Rytmetis šiandien toks gaivus“. Deja, Juliaus kūrybingumas išseko, ir visos kitos eilutės, nors ir skyrėsi, bet buvo sudėliotos iš pirmos eilutės perstatytų žodžių. Kiek daugiausiai eilučių galėjo būti Juliaus eilėraštyje?

2 Sukiniai. Ritinys

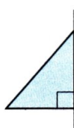
Erdviniai kūnai, kuriuos gauname sukdami plokštumos figūrą apie pasirinktą tiesę, vadinami *sukiniais*, o pasirinktoji tiesė — *sukimosi ašimi*. Kūgis, rutulys ir ritinys yra sukiniai.

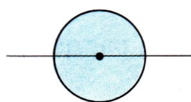

Kūgis


Rutulys


Ritinys

1 užduotis. Pabandykite pavaizduoti, kokius geometrinius kūnus gautume, nurodytą figūrą sukdami apie nubrėžtą tiesę:

a)

Trikampis

b)

Skritulys

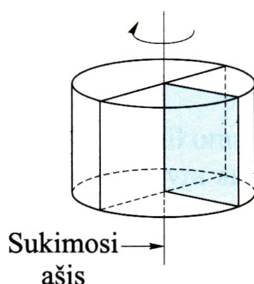
c)

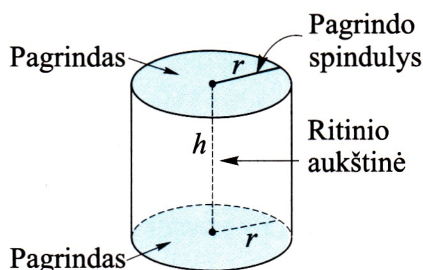
Skritulio ketvirtadalis

d)

Stačiakampis

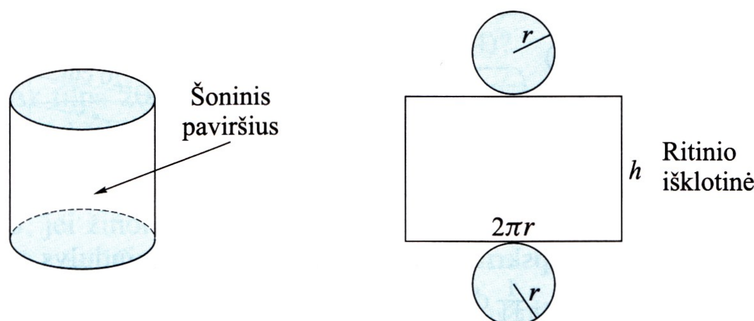
Ritinį gauname sukdami stačiakampį apie bet kurią jo kraštinę:





2 užduotis. Du ritiniai gauti sukant stačiakampį apie gretimas 3 cm ir 4 cm ilgio kraštines. Raskite tų ritinių aukštines ir pagrindų skersmenis.

Visą ritinio paviršių sudaro du pagrindai — lygūs skrituliai ir šoninis paviršius, kurio išklotinė yra stačiakampis.

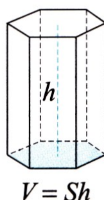


3 užduotis. Parašykite formulę:

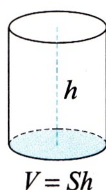
a) ritinio šoninio paviršiaus plotui $S_{šon}$ rasti;

b) ritinio viso paviršiaus plotui S_{pav} rasti.

Ritinio tūris apskaičiuojamas panašiai kaip ir stačiosios prizmės tūris, t. y. pagrindo plotas dauginamas iš ritinio aukštinės.

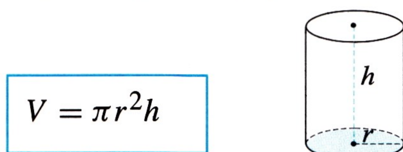


$V = Sh$



$V = Sh$

Vadinasi, ritinio, kurio pagrindo spindulys lygus r, o aukštinė h, tūris lygus:



$$V = \pi r^2 h$$

UŽDAVINYS. Ritinio pagrindo spindulys lygus 6 cm, o aukštinė — 14 cm. Raskite ritinio: a) pagrindo plotą; b) šoninio paviršiaus plotą; c) viso paviršiaus plotą; d) tūrį.

Sprendimas.

a) $S_{pagr} = \pi r^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi$ (cm^2);

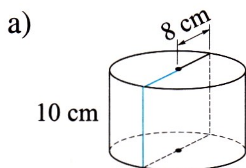
b) $S_{šon} = 2\pi r h = 2\pi \cdot 6 \cdot 14 = 168\pi$ (cm^2);

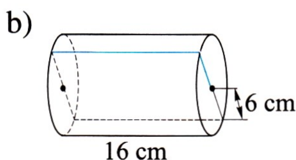
c) $S_{pav} = 2S_{pagr} + S_{šon} = 2 \cdot 36\pi + 168\pi = 240\pi$ (cm^2);

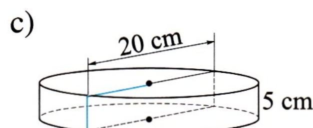
d) $V = S_{pagr} \cdot h = 36\pi \cdot 14 = 504\pi$ (cm^3).

Pratimai ir uždaviniai

431. Pasakykite, kam lygi ritinio aukštinė ir pagrindo spindulys.

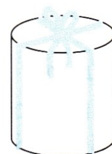
a) 

b) 

c) 

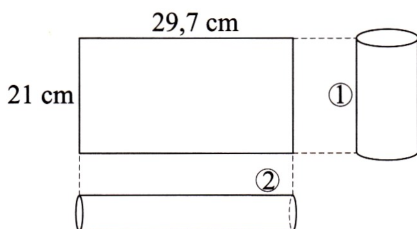
432. Raskite ritinio pagrindo apskritimo ilgį (apimtį), kai jo spindulys r lygus:
a) 4 cm; b) 5,2 cm; c) $2\frac{1}{11}$ dm.

433. Apskaičiuokite, kiek metrų juostelės sunaudota ritinio formos dėžutei surišti, jei dėžutės pagrindo skersmuo lygus 30 cm, aukštis — 40 cm, o kaspinui užrišti sunaudota 35 cm juostelės.

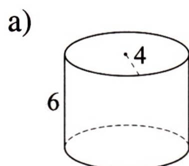


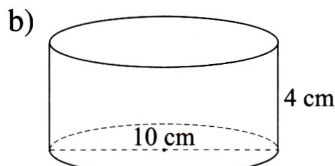
434. Skardos lakšto plotis lygus 6 dm. Koks turėtų būti jo ilgis, kad galima būtų susukti vamzdį, kurio pagrindo skersmuo būtų ($\pi \approx 3{,}14$):
a) 4 dm; b) 5 dm?

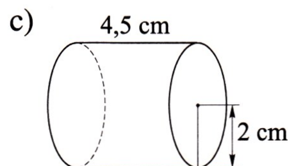
435. Iš stačiakampio formos popieriaus lapo galima susukti du skirtingus ritinio formos vamzdelius. Koks kiekvieno vamzdelio ilgis? Apskaičiuokite abiejų vamzdelių pagrindo skersmenį.



436. Pagal brėžinio duomenis raskite ritinio visą paviršių ir tūrį.

a) 

b) 

c) 

437. Ritinio pagrindo spindulys lygus 4 cm, o aukštinė — 15 cm. Apskaičiuokite ritinio:

a) pagrindo plotą
b) šoninio paviršiaus plotą
c) viso paviršiaus plotą
d) tūrį

438. Reikia pagaminti vandens nutekamąjį vamzdį, kurio skersmuo būtų 0,2 m, o ilgis — 10 m. Ar užteks trijų skardos lakštų vamzdžiui pagaminti, jeigu vieno lakšto plotas $2{,}3\ \text{m}^2$, o gamybos atliekos ir užlankai sudaro 10% vamzdžio paviršiaus ploto ($\pi \approx 3{,}14$)?

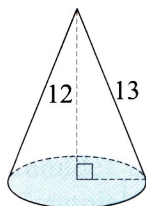
439. Ar tilps 20 litrų vandens ritinio formos kibire, kurio pagrindo skersmuo ir aukštis yra po 30 cm?

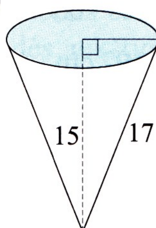
440. Apskaičiuokite ritinio formos konservų dėžutės apimtį C ir pagrindo plotą S, jei žinomas pagrindo spindulys ($\pi \approx 3{,}14$):
a) $r = 10$ cm; b) $r = 4{,}2$ cm; c) $r = 1{,}4$ dm.

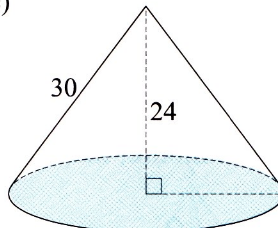
441. Raskite nežinomus ritinio dydžius ir užpildykite lentelę:

	Spindulys	Aukštinė	Šoninis paviršius	Visas paviršius	Tūris
a)	2	6			
b)		7	42π		
c)	6				360π
d)		8			32π

442. Apskaičiuokite kūgio pagrindo plotą:

a)


b)


c)


443. Apskaičiuokite:

a) $-13{,}2 : 0{,}4 + 0{,}1 \cdot 7{,}7$ b) $6{,}4 \cdot 7{,}5 - (-49{,}5) : 75$
c) $5{,}6 \cdot (-0{,}3) - 3{,}6 : 1{,}2$ d) $-3{,}7 \cdot 0{,}3 - 6{,}21 : 2{,}7$

444. Katerio greitis upėje pasroviui yra 18,6 km/h, o prieš srovę — 14,2 km/h. Apskaičiuokite katerio savąjį greitį ir upės srovės greitį.

445. Pažymėkite skaičių ašyje ir parašykite:
a) visus sveikuosius skaičius, kurie didesni už -5, bet mažesni už 2;
b) skaičių, atvirkštinį skaičiui $-0{,}5$;
c) skaičių, priešingą skaičiui $-0{,}5$;
d) didžiausią sveiką neigiamąjį skaičių;
e) skaičius, tenkinančius sąlygą $|x| = 2{,}5$.

446. Užpildykite lentelę, naudodamiesi kelio formule $s = v \cdot t$:

s		105 km	28 km	120 m	1000 m
v	90 km/h		7 km/h	10 m/s	
t	3,2 h	3,5 h			25 min

447. Atspėkite lygties sprendinius:

a) $\frac{2}{x} = \frac{1}{3}$ b) $t + 2 = 2t$ c) $y(y + 1) = 12$
d) $(m - 1)m = 20$ e) $3n = n$ f) $x + 1 = x$
g) $\sqrt{x} = 2$ h) $x^2 = 5$ i) $|x| = 7$

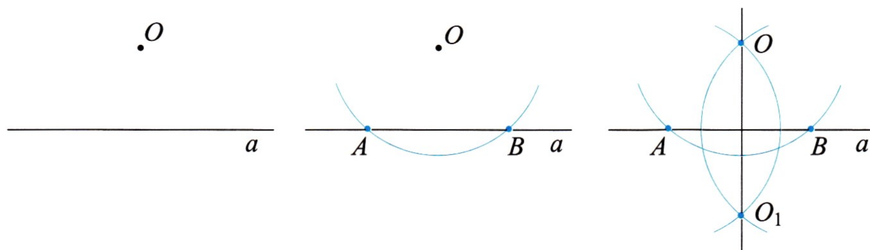
448. Atskliauskite ir sutraukite panašiuosius narius:

a) $2(4a - 3) + 20 - 10a$ b) $3x - 9y - 5(y - x)$
c) $-(8m + 4n) + (-2m - 4n)$ d) $-3(2x + 3y) + 8(6x - 11y)$
e) $(3 - 2n) + (3n - 2)$ f) $(3 - 2n)(3 + 2n)$

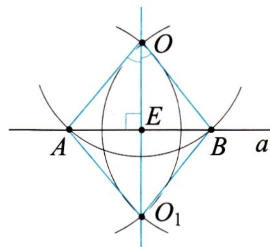
449. a) Valgomuosius ledus sudaro 7 dalys vandens, 2 dalys cukraus ir 2 dalys pieno produktų. Kiek reikės cukraus pagaminti 220 kg ledų?
b) Gaminant butelių stiklą imamos 25 dalys smėlio, 9 dalys sodos, 5 dalys kitų įvairių medžiagų. Kiek reikės sodos pagaminti 780 kg stiklo?

450. Apskrito geležies lakšto skersmuo 197 cm. Ar galima iš jo išpjauti kvadratą, kurio kraštinė lygi 140 cm?

451. a) Paaiškinkite, kaip per tašką O buvo nubrėžta tiesė, statmena tiesei a.



b) Taškai O ir O_1 sujungti su taškais A ir B. Įrodykite, kad $\triangle AOO_1 = \triangle BOO_1$.
c) Įrodykite, kad OE kampą AOB dalija pusiau.
d) Ar OO_1 tikrai statmena tiesei a? Atsakymą pagrįskite.



Pasitikrinkite

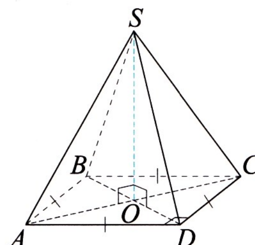
1. Pavaizduokite sąsiuvinyje trikampę piramidę $SABC$. Išvardykite piramidės:

a) briaunas, sienas;
b) sienas, turinčias bendrą viršūnę S;
c) sienas, turinčias bendrą briauną BC.

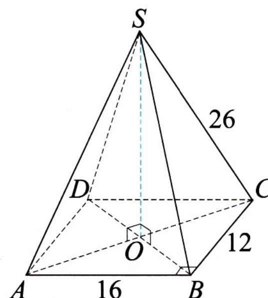
2. Užpildykite lentelę:

	Piramidė	Visų viršūnių skaičius	Briaunų skaičius	Sienų skaičius
a)	trikampė			
b)	keturkampė			
c)	penkiakampė			
d)	šešiakampė			

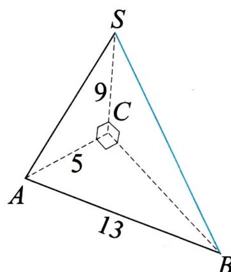
3. Duota: $SABCD$ — piramidė,
$ABCD$ — kvadratas,
SO — aukštinė,
$AC = 24$, $AS = 15$.
Apskaičiuokite piramidės aukštinę.



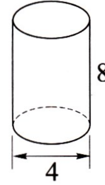
4. Piramidės $SABCD$ pagrindas yra stačiakampis, kurio kraštinės lygios 16 ir 12, O — įstrižainių susikirtimo taškas. Apskaičiuokite piramidės aukštinę SO, kai briauna $SC = 26$.



5. $SABC$ — trikampė piramidė. Pagrindas ABC — statusis trikampis, įžambinė $AB = 13$ cm, statinis $AC = 5$ cm. Apskaičiuokite piramidės šoninę briauną SB, jei piramidės aukštinė $SC = 9$ cm.



6. Raskite pavaizduoto ritinio:
a) pagrindo plotą;
b) šoninio paviršiaus plotą;
c) viso paviršiaus plotą;
d) tūrį.

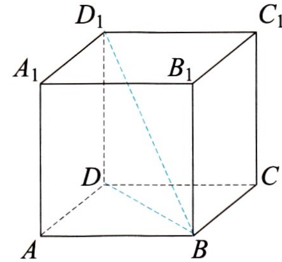


7. Kvadratas, kurio kraštinė lygi 4 dm, sukamas apie vieną kraštinę. Raskite gauto ritinio viso paviršiaus plotą ir tūrį.

8. Pieno cisterna yra ritinio formos. Jos pagrindo skersmuo lygus 1 m, o ilgis — 2 m. Ar tilps šioje cisternoje 1500 litrų pieno?

9. Stačiakampio kraštinių ilgiai yra 5 cm ir 8 cm. Raskite ritinio tūrį, gautą sukant stačiakampį apie jo:
a) didesniąją kraštinę; b) mažesniąją kraštinę.
Kuriuo atveju ritinio tūris yra didesnis?

10. Kubo briauna lygi $\sqrt{2}$. Raskite:
a) sienos įstrižainę BD;
b) kubo įstrižainę BD_1.



11. Apskaičiuokite:

a) $3 \cdot 2^{-1}$ b) $3^{-2} + 2^{-3} - 4^0$
c) $\sqrt{6} + \sqrt{24}$ d) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}$

12. Kiek pinigų reikia padėti į banką, norint per metus gauti 100 Lt palūkanų, jei metinių palūkanų norma 4%?

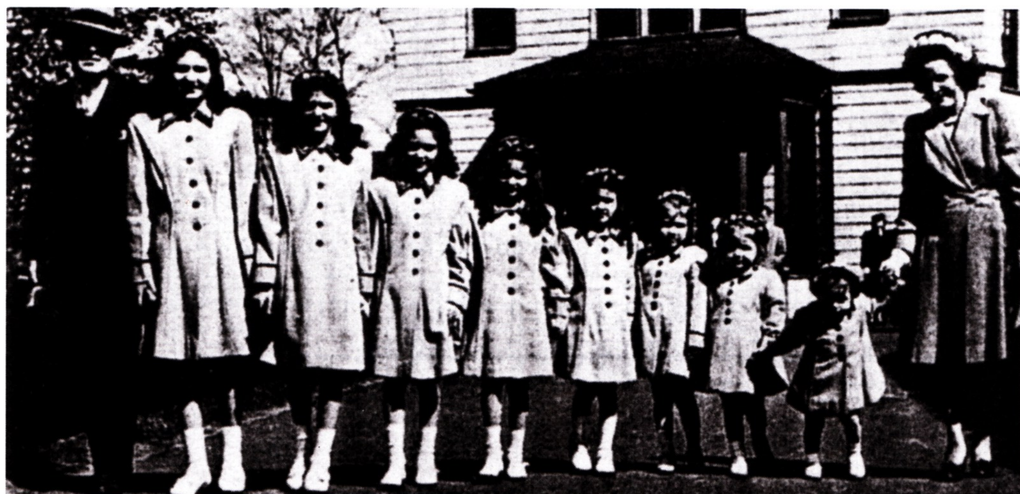
13. Suprastinkite reiškinį:

a) $(a-2)^2 + 2a$ b) $\left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a + \frac{1}{2}\right) - a^2$
c) $\left(1{,}5a + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9}$ d) $\left(\sqrt{2} - 3\right)^2\left(\sqrt{2} + 3\right)^2$

14. Išspręskite lygtį:
a) $\frac{3}{4}x = -\frac{1}{8}$; b) $\frac{3}{4} + x = -\frac{1}{8}$; c) $\frac{3}{4} - x = -\frac{1}{8}$.

6 STATISTIKA





1 Statistinių duomenų pateikimo būdai. Imtis

Kiekvienas iš mūsų kasdien susiduria su skaitine informacija, lentelėmis, diagramomis. Žmonėms įdomu, pinga ar brangsta prekės ar akcijos, kaip keičiasi valiutų kursai, kiek gyventojų yra šalyje, apskrityje, rajone. Visa tai yra statistinė informacija. Įvairiais statistiniais rodikliais apibūdinamas ir sportininkų žaidimas: vidutinis pelnytų taškų ar įvarčių skaičius, padarytų klaidų skaičius ir t. t.

Gauti, surinkti mus dominančią informaciją nėra paprasta, dažnai tai tiesiog neįmanoma. Brangu ir nerealu, pavyzdžiui, apklausti visus Lietuvos gyventojus, norint sužinoti jų nuomonę. Norint nustatyti vidutinį lemputės degimo laiką, neverta jų visų deginti tol, kol jos perdegs. Yra sukurti statistiniai metodai, naudojantis kuriais užtenka ištirti tam tikrą visumos dalį, norint gauti patikimas išvadas apie visumą.

Statistika nagrinėja, kaip rinkti duomenis, juos analizuoti, daryti patikimas išvadas. Surinkti duomenys vadinami *imtimi*, surinktų duomenų skaičius — *imties dydžiu*.

PAVYZDYS. Trys draugai — Laima, Simona ir Dainius nutarė surinkti duomenis ir padaryti išvadas, kiek pažymių per dieną gauna aštuntokai. Pasitarus su mokytoju ir įvertinus galimybes, buvo nutarta apklausti tris iš penkių savo mokyklos aštuntųjų klasių — kiekvienas iš draugų apklausė po klasę.

Laima užrašė visų trijų klasių apklausos rezultatus:

1,3,0,2,5,1,0,0,1,2,3,0,2,0,0,5,0,0,0,1,1,3,1,0,1,1,0,1,1,1,
4,1,0,1,1,1,0,2,1,2,4,2,0,2,2,3,2,2,0,2,2,2,0,2,2,2,2,2,1,2,
2,3,2,2,4,2,3,1,3,4,2,3,1,3,3,3,0,3,3,2,3,4,2,4,2,1,3,1,5,0.

? Kiek mokinių buvo apklausta?

Simona duomenis surašė variacine eilute, t. y. skaičių seka, kurios kiekvienas skaičius, pradedant antru, yra ne mažesnis už prieš jį esantį:

0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,
1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,
2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4,5,5,5.

? Kiek yra skirtingų duomenų?

Visi trys draugai sutiko, kad variacinė eilutė — vaizdesnis duomenų pateikimo būdas nei be jokios tvarkos surašyti skaičiai. Tačiau mokytojas pastebėjo, kad kai skaičių daug, iš variacinės eilutės sunkoka nustatyti, kuris iš skaičių dažniau kartojasi. Todėl Dainius sudarė surinktų duomenų *dažnių lentelę*.

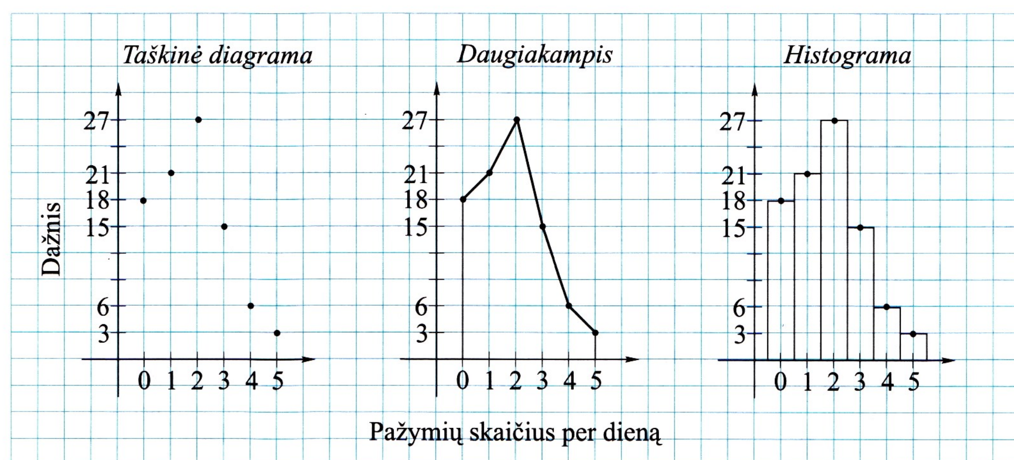
Pažymių skaičius per dieną	0	1	2	3	4	5
Dažnis	18	21	27	15	6	3

Iš dažnių lentelės lengva, pavyzdžiui, nustatyti, kuris pažymių skaičius pasitaiko dažniausiai, o kuris – rečiausiai.

? Po kiek pažymių dažniausiai gaudavo tą dieną apklausti aštuntokai?

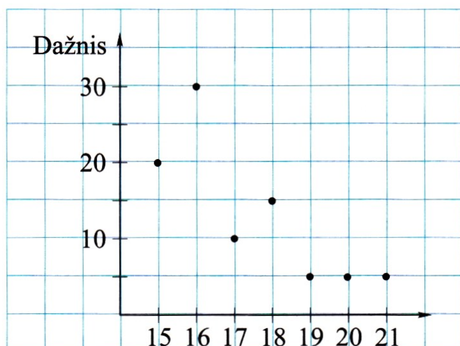
Užduotis. Pavaizduokite surinktus duomenis skrituline diagrama.

Imties duomenis galima įvairiai grafiškai vaizduoti koordinačių plokštumoje. Trimis būdais pavaizduokime aštuntokų tyrimo duomenis, x ašyje atidėję gautų pažymių per dieną skaičių, o y ašyje — gautų pažymių skaičiaus dažnį.
Pažymėję dažnių reikšmes taškais gauname *taškinę diagramą*.
Taškinės diagramos taškus sujungus atkarpomis gaunamas brėžinys, kuris vadinamas *daugiakampiu*. Iš jo geriau matosi kaip kinta duomenys. Daugiakampiu dažniausiai vaizduojami duomenys, kurie priklauso nuo laiko, pavyzdžiui: temperatūros kitimas, valiutų kursas ir pan.
Jeigu ant taškinės diagramos nubrėžiami besiliečiantys stačiakampiai, kurių aukščiai lygūs dažniams, tuomet gauta stulpelinė diagrama vadinama *histograma*. Iš histogramos geriau matyti, kaip pasiskirstę duomenys, t. y. kurie duomenys pasitaiko rečiausiai, kurie dažniausiai, kokių nėra iš viso.



Pratimai ir uždaviniai

452. Brėžinyje imtis pavaizduota taškine diagrama. Pavaizduokite ją dažnių lentele, daugiakampiu, histograma.



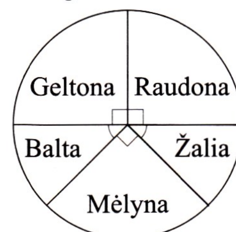
453. Imtis pavaizduota dažnių lentele:

Skaičius	5	7	8	9	10
Dažnis	5	3	4	7	2

a) Koks imties dydis?
b) Kuris skaičius pasikartoja dažniausiai?
c) Pavaizduokite imtį taškine diagrama.

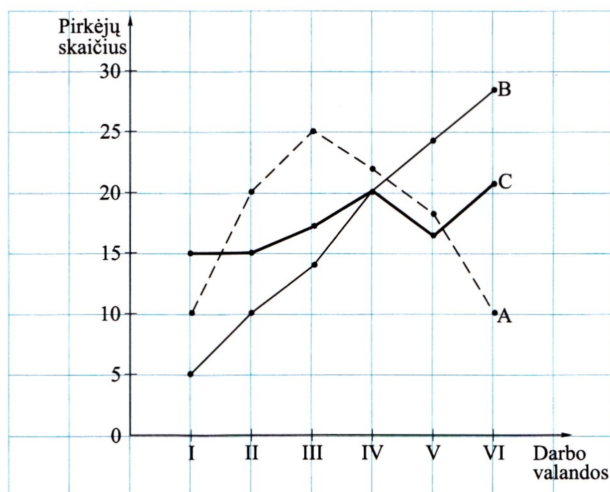
454. Meskite lošimo kauliuką 30 kartų ir kiekvieną kartą užrašykite iškritusių taškų skaičių.
a) Koks imties dydis?
b) Užrašykite imtį variacine eilute.
c) Sudarykite dažnių lentelę.
d) Pavaizduokite imtį taškine diagrama, daugiakampiu, histograma.

455. 24 mokiniams buvo pasiūlyta pasirinkti vieną iš spalvų: raudoną, žalią, mėlyną, baltą, geltoną. Duomenys pateikti skrituline diagrama.
a) Keli vaikai pasirinko kiekvieną iš spalvų?
b) Pavaizduokite duomenis dažnių lentele, daugiakampiu.



456. Pasirinkite požymį, pagal kurį galėtumėte mokykloje atlikti tyrimą (ūgis, svoris, batų dydis, kelionės į mokyklą trukmė ar kt.). Pagal galimybes pasirinkite imties dydį, t. y. kiek mokinių apklausite. Surinktus duomenis užrašykite variacine eilute, dažnių lentele ir pavaizduokite keliais skirtingais grafiniais būdais.

457. Daugiakampiai vaizduoja, kiek pirkėjų parduotuvėse A, B, C apsilankė pirmą (I), antrą (II), trečią (III), ketvirtą (IV), penktą (V) ir šeštą (VI) parduotuvės darbo valandą.



a) Kiek pirkėjų apsilankė kiekvienoje parduotuvėje per 6 darbo valandas?
b) Kiek vidutiniškai per valandą pirkėjų apsilankė parduotuvėje A?
c) Kurioje parduotuvėje III valandą pirkėjų buvo daugiausiai, mažiausiai?
d) Kaip kito (didėjo, mažėjo) pirkėjų srautas parduotuvėje C?

458. Lietuvos Raudonojoje knygoje (1991 m.) pateikti tokie duomenys apie augalų ir gyvūnų rūšis:

a)

Augalai					Grybai	Kerpės	Iš viso
Gaubtasėkliai	Plikasėkliai	Sporiniai induočiai	Samanos	Dumbliai			
185	1	10	11	4	68	13	292

1) Nubraižykite skritulinę diagramą apytiksliai atitinkančią augalų, grybų ir kerpių rūšių skaičių (%).
2) Kiek procentų augalų (0,1% tikslumu) sudaro dumbliai?

b)

Gyvūnai									Iš viso
Žinduo-liai	Paukščiai	Rop-liai	Varlia-gyviai	Žuvys	Moliuskai	Vabzdžiai	Vėžia-gyviai	Dėlės	
18	67	2	3	7	4	104	6	1	212

1) Pavaizduokite stulpeline diagrama tris gausiausias gyvūnijos atstovų rūšis.
2) Kurią visų gyvūnų dalį sudaro kiekviena šių rūšių?

459. Lentelėje pateiktas apytikslis gyventojų skaičius (milijonais) žemynuose:

Žemynas	Gyventojų skaičius
Afrika	672
Australija ir Okeanija	27
Azija	3232
Europa	694
Pietų Amerika	299
Šiaurės Amerika	427

a) Pateikite šiuos duomenis stulpeline diagrama.
b) Kurią visų pasaulio gyventojų dalį sudaro Europos gyventojai?
c) Sužinokite, kiek apytiksliai gyventojų yra Lietuvoje ir apskaičiuokite, kurią visų Europos gyventojų dalį jie sudaro (šimtųjų tikslumu).

460. Lentelėje pateiktas Hamburgo ir Mechiko gyventojų skaičiaus (milijonais) kitimas.

Metai	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990
Hamburgas	1,4	1,6	1,7	1,6	1,8	1,8	1,7	1,6
Mechikas	0,8	1,4	2,2	3,8	6,5	7,3	9,6	15,6

a) Pavaizduokite duomenis kuriuo nors grafiniu būdu.
b) Pasakykite, kaip kito gyventojų skaičius kiekviename mieste.

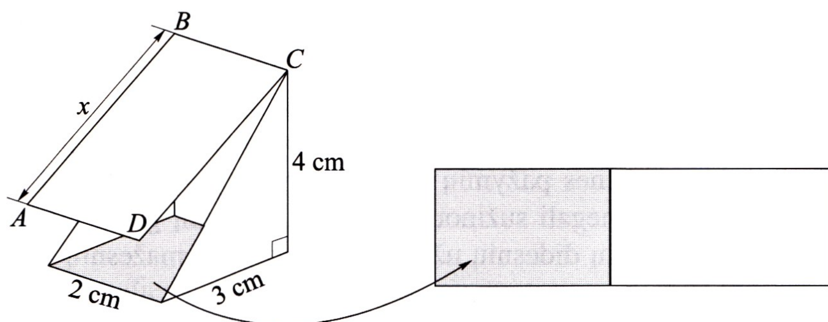
461. Žmogaus, sveriančio 70 kg, kūno sudėtis (kg) tokia: baltymų — 14,0; lipidų — 7,0; angliavandenių — 0,7; mineralinių medžiagų — 3,3; vandens — 45.

a) Pavaizduokite duomenis skrituline diagrama.
b) Kiek procentų kūno masės sudaro vanduo?
c) Kiek kilogramų vandens yra jūsų kūne?

462. Dvi gyvenvietės yra skirtingose kelio pusėse. Atstumai nuo gyvenviečių iki kelio yra lygūs. Kur reikia statyti autobusų stotelę, kad ji būtų vienodai nutolusi nuo abiejų gyvenviečių? vienodai patogi abiejų gyvenviečių gyventojams? Atsakymus pagrįskite.

463. Raskite statųjį trikampį, kurio visų kraštinių ilgiai yra sveikieji skaičiai, o jo plotas lygus: a) 6; b) 30.

464. Valdas nori pagaminti piešinyje pavaizduotą dėžutę su stačiakampio formos dangteliu $ABCD$.



a) Kokie dangtelio $ABCD$ matmenys?
b) Pabaikite piešti šios dėžutės išklotinę sąsiuvinyje.
c) Pasidarykite pavaizduotą dėžutę iš popieriaus.

465. Apskaičiuokite:

a) $4^{-14} \cdot 4^{12}$; b) $6^{-9} : 6^{-7}$; c) $\left(4^{-1}\right)^2$; d) $3^{-2} + 3^{-2}$.

466. Duotas skaitinis reiškinys $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{8}{9}}$.

a) Įkelkite dauginamąjį po šaknies ženklu.
b) Iškelkite dauginamąjį prieš šaknies ženklą.

467. Žiedo masė yra 4,5 g, o gryno aukso jame yra 3,375 g. Kokia yra žiedo aukso praba?

468. Kateris 3,5 h plaukė Nemunu ir 0,6 h Kuršių mariomis. Katerio savasis greitis yra 16,5 km/h, o Nemuno tėkmės greitis — 2,1 km/h.

a) Kokį atstumą kateris nuplaukė Nemunu?
b) Kokį atstumą kateris nuplaukė Kuršių mariomis?
c) Parašykite reiškinį visam katerio nuplauktam atstumui rasti ir apskaičiuokite jį.

469. Skaičiai užšifruoti lietuviškosios abėcėlės raidėmis. Iššifruokite raides ir pratęskite eilutę dar dviem raidėmis:

Ą, C, D, Ę, F, ...

2 Imties vidurkis, mediana. Didžiausias ir mažiausias imties duomenys

Praeitame skyrelyje susipažinome su įvairiais duomenų vaizdavimo būdais. Imties variacinė eilutė, dažnių lentelė, diagramos suteikia daug informacijos. Imties duomenis taip pat galima apibūdinti vienu ar keliais ypatingais skaičiais.

1 PAVYZDYS. Mokytojas atnešė ištaisytus kontrolinius darbus ir pasakė, kad klasė darbą parašė gerai, nes pažymių vidurkis yra 8,5. Aišku, žinodami pažymių vidurkį, mokiniai negali sužinoti, kuris kokį pažymį gavo, tačiau jiems jau aišku, kad yra pažymių didesnių už 8, ir yra pažymių mažesnių už 9.

? Kodėl visi pažymiai negalėjo būti vienodi?

2 PAVYZDYS. Mokytojas po kito kontrolinio darbo pasakė, kad mažiausias pažymys — 6, o didžiausias — 9. Tai ne visa informacija, nors gauti pažymiai (imties duomenys) apibūdinti jau dviem skaičiais. Remiantis šia informacija galima teigti, kad niekas negavo ketverto ar dešimtuko. 1 pavyzdyje, žinodami vidurkį, mokiniai tuo negalėjo būti tikri.

? Kokius pažymius mokiniai galėjo gauti už kontrolinį darbą?

Imtį galima apibūdinti nurodant didžiausią ir mažiausią jos duomenis.

Dažniausiai imties duomenys apibūdinami *vidurkiu*: imties duomenų suma padalyta iš duomenų skaičiaus.

$$\text{Vidurkis} = \frac{\text{Duomenų suma}}{\text{Duomenų skaičius}}$$

Kai turime daug pasikartojančių duomenų, vidurkio skaičiavimą palengvina dažnių lentelė. Prisiminkime 1 skyrelio pavyzdį apie per dieną gautų pažymių skaičių. Dažnių lentelė buvo tokia:

Pažymių skaičius	0	1	2	3	4	5
Dažnis	18	21	27	15	6	3

Apskaičiuokime duomenų sumą, t. y. sužinokime, kiek iš viso pažymių per dieną gavo apklausti aštuntokai:

$$0 \cdot 18 + 1 \cdot 21 + 2 \cdot 27 + 3 \cdot 15 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 3 = 21 + 54 + 45 + 24 + 15 = 159.$$

? Paaiškinkite, kaip buvo sudarytas skaitinis reiškinys.

Apskaičiuokime imties dydį, t. y. sužinokime, kiek iš viso buvo apklausta aštuntokų:

$$18 + 21 + 27 + 15 + 6 + 3 = 90.$$

Gautų per dieną pažymių skaičių vidurkis (suapvalintas iki vienetų) lygus

$$\frac{159}{90} \approx 2 \text{ (pažymiai per dieną).}$$

? Kam lygus per dieną gautų pažymių skaičių vidurkis, suapvalintas iki dešimtųjų dalių?

Žemiau pateikta bendroji dažnių lentelė.

Duomenys	x_1	x_2	...	x_k
Dažniai	m_1	m_2	...	m_k

Imties vidurkį skaičiuojame taip:

1. Apskaičiuojame duomenų sumą (duomenis dauginame iš jų dažnio ir gautas sandaugas sudedame):

$$x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 + \cdots + x_k \cdot m_k;$$

2. Apskaičiuojame imties dydį (sudedame dažnius):

$$m_1 + m_2 + \cdots + m_k;$$

3. Apskaičiuojame imties vidurkį (duomenų sumą dalijame iš imties dydžio):

$$\bar{x} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \cdots + x_k m_k}{m_1 + m_2 + \cdots + m_k}.$$

Kitas svarbus imtį apibūdinantis skaičius yra *mediana*. (Lotyniškai *medi(an)a* reiškia vidurinė, esanti viduryje.)

Mediana vadinamas imties variacinės eilutės vidurinysis skaičius, kai imties dydis yra nelyginis skaičius, ir dviejų viduriniųjų skaičių aritmetinis vidurkis, kai imties dydis — lyginis skaičius.

Pavyzdžiui:

imties $\underbrace{2,\ 9,}\ 10,\ \underbrace{10,\ 10}$ mediana yra 10;

imties $\underbrace{1,\ 2,}\ 9,\ 10,\ \underbrace{10,\ 10}$ mediana yra $\dfrac{9+10}{2} = 9{,}5.$

1 užduotis. Imtyje 2, 9, 10, 10, 10 pakeiskime paskutinį skaičių ir nagrinėkime imtį 2, 9, 10, 10, 100. Ar pasikeitė mediana? Ar pasikeitė vidurkis?

2 užduotis. Apskaičiuokite šio trimestro savo matematikos pažymių medianą ir vidurkį. Gal mediana „geriau“ tinka nustatant trimestro pažymį?

3 užduotis. Raskite Laimos, Simonos ir Dainiaus atlikto tyrimo imties medianą.

Ką galėtume dar sužinoti iš aštuntokų atlikto tyrimo?
Per mokslo metus mokiniai mokosi maždaug 190 dienų. Įvertinkime, kiek vidutiniškai pažymių aštuntokas gauna per metus. Natūralu laikyti, kad vidutinis per mokslo metus gautų pažymių skaičius yra

$$2 \cdot 190 = 380.$$

? Paaiškinkite, kaip sudarėme skaitinį reiškinį. O gal galėjome įvertinti tiksliau?

Visose Lietuvos mokyklose mokosi maždaug 50 000 aštuntokų.

? Kiek vidutiniškai pažymių per mokslo metus gauna visi Lietuvos aštuntokai?

Norint gauti tikslesnius rezultatus, tenka surinkti daugiau duomenų. Norint surinkti daugiau duomenų ir juos statistiškai apdoroti, reikia įdėti daugiau triūso.

Pratimai ir uždaviniai

470. Kūno kultūros pamokoje berniukai prisitraukinėjo prie skersinio. Mokytojas surašė rezultatus didėjimo tvarka: 4, 5, 5, 8, 8, 8, 8, 10. Apskaičiuokite imties vidurkį ir medianą.

471. Apskaičiuokite imties vidurkį, medianą ir raskite didžiausią ir mažiausią imties duomenis, kai imtis yra:
a) 5, 3, 1, 6, 5; b) 2, 0, 0, 1, 3, 1, 0, 1.

472. Trejus metus bandymų sklype buvo tiriama bulvių derliaus priklausomybė nuo bulvių sodinimo būdo. Norėta sužinoti, kiek kilogramų bulvių išauga iš 15 kerų, pasodintų trimis būdais:
I. Sodinami sveiki 50–60 g svorio bulvių gumbai.
II. Sodinamos perpus skaldytos bulvės.
III. Sodinama po dvi mažas bulves.
Gauti duomenys pateikti lentelėje.

Metai\Būdas	I	II	III
1997	6,4 kg	6,9 kg	6,8 kg
1998	6,2 kg	6,5 kg	6,2 kg
1999	5,8 kg	6,5 kg	6,7 kg

a) Kiek vidutiniškai kilogramų bulvių gauta kiekvienu iš būdų?
b) Kuris sodinimo būdas jums atrodo geriausias?
c) Kiek centnerių bulvių galima išauginti 3,5 ha sklype, jei 1 ha auga apie $5 \cdot 10^4$ bulvių kerų?

473. Važiuojantys automobiliai kelia triukšmą, teršia orą. Higienistai nustatė, kad mažiausias užterštumas yra, kai vidutinis automobilių greitis neviršyja 48 km/h. Kelių patruliai tikrino Mėnulio gatve važiavusių automobilių greitį. Suapvalinti duomenys pateikti dažnių lentele.

Greitis (km/h)	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Dažnis	2	5	21	30	34	20	14	8	4	2

a) Kelių automobilių greičiai pateikti lentelėje?
b) Kokiu greičiu važiavo daugiausia automobilių?
c) Apskaičiuokite važiavusių automobilių greičių vidurkį. Palyginkite jį su rekomenduojamu.
d) Aptarkite, ar reikia statyti greitį ribojantį kelio ženklą tirtoje gatvėje.

474. Sakykime, kad jūs atliekate tyrimą apie gatve pro mokyklą pravažiuojančių automobilių skaičių. Jūs 10 minučių stebite ir registruojate pravažiavusių automobilių skaičių.

a) Ar priklausys jūsų stebėjimo rezultatai nuo pasirinkto stebėjimo laiko?

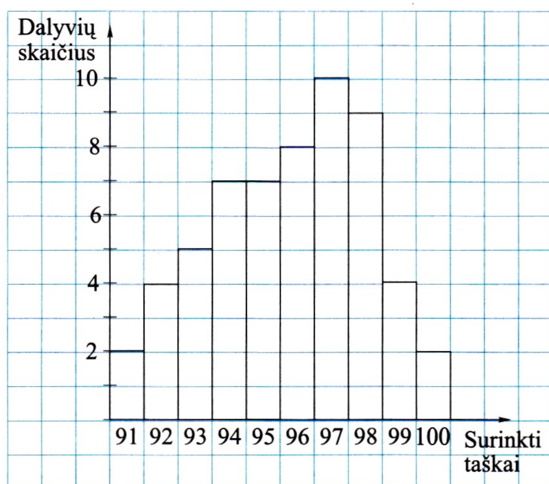
b) Ar priklausys jūsų stebėjimo rezultatai nuo oro sąlygų?

c) Ar priklausys jūsų stebėjimo rezultatai nuo vietos, kurioje yra jūsų mokykla?

d) Nuo ko dar gali priklausyti stebėjimo rezultatai?

e) Kaip remdamiesi savo tyrimu galėtumėte įvertinti (prognozuoti) pravažiuojančių automobilių skaičių per valandą; per darbo dieną?

475. Šaudymo varžybų rezultatai pavaizduoti histograma.



a) Užpildykite dažnių lentelę:

Surinkti taškai										
Dažnis										

b) Kiek varžybose buvo dalyvių?

c) Kiek vidutiniškai taškų pelnė vienas dalyvis?

d) Kiek dalyvių pelnė daugiausiai taškų?

476. Penkios bandelės svėrė 100 g, 120 g, 112 g, 115 g ir 118 g.

a) Kiek svėrė šeštoji bandelė, jei visų šešių bandelių masės vidurkis lygus 114 g?

b) Raskite išvardytų penkių bandelių masių medianą ir visų šešių bandelių masių medianą.

477. Lentelėje pateikti atstumai tarp kai kurių Lietuvos miestų.

	Alytus	Anykščiai	Biržai	Druskininkai	Ignalina	Jurbarkas	Kaunas	Kėdainiai	Klaipėda	Lazdijai
Alytus	–	178	250	57	215	146	67	123	281	47
Anykščiai	178	–	106	235	88	199	111	89	288	213
Biržai	250	106	–	307	204	227	183	127	252	287
Druskininkai	57	235	307	–	206	172	124	180	338	49
Ignalina	215	88	204	260	–	261	175	161	367	262
Jurbarkas	146	199	227	172	261	–	86	114	154	123
Kaunas	67	111	183	124	175	86	–	56	214	104
Kėdainiai	123	89	127	180	161	114	56	–	206	160
Klaipėda	281	288	252	338	367	154	214	206	–	289
Lazdijai	47	213	287	49	262	123	104	160	289	–

a) Koks atstumas tarp Biržų ir Ignalinos?

b) Autobusas iš Biržų išvyko 8 h 51 min, o atvyko į Ignaliną 11 h 45 min. Koks autobuso vidutinis kelionės greitis? (0,1 km/h tikslumu.)

c) Iš Anykščių 17 h 46 min išvažiavo automobilis į Jurbarką. Kelintą valandą (1 minutės tikslumu) jis atvyko, jei vidutinis kelionės greitis 80 km/h?

d) Autobusas, išvažiavęs iš Kauno (maršrutu Kaunas–Jurbarkas–Klaipėda), į Klaipėdą atvyko 12 h 10 min. Vidutinis autobuso važiavimo greitis 80 km/h. Kada autobusas išvažiavo iš Kauno, jeigu Jurbarke jis stovėjo 20 minučių? Koks vidutinis kelionės greitis? Kada autobusas būtų atvykęs į Klaipėdą, jeigu jis būtų neužsukęs į Jurbarką?

e) Sugalvokite kitų judėjimo uždavinių, pasinaudodami atstumų lentele.

478. Suprastinkite reiškinius:

a) $4x^3 \cdot 5x^2$ b) $-2x^2 \cdot 1{,}5x$ c) $10a^2b \cdot 0{,}1ba^2$

d) $-3a^3m \cdot (-10)am^3$ e) $\frac{1}{7}ac^4 \cdot (-49c^4a)$ f) $-\frac{2}{5}a^6b^7\left(-\frac{5}{2}\right)a^7b^6$

479. Pakeiskite sandauga:

a) $6a + 12$; b) $3 - 3c$; c) $9m^4 - 6m^5$; d) $10a^6 - 30a^5$.

480. Išspręskite lygtis:

a) $\frac{1}{2}x - 6 = 9$ b) $\frac{1}{5}x - 1 = 13$

c) $\frac{1}{8}y - 1 = \frac{5}{8}y + 2$ d) $4 + \frac{3}{7}y = 2 + \frac{5}{7}y$

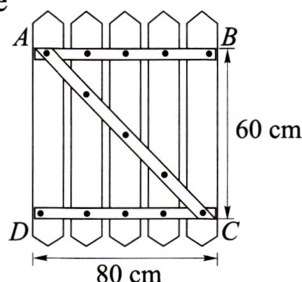
481. Trys darbininkai užmokestį už atliktą darbą pasiskirstė taip: pirmas gavo 30% viso užmokesčio, antras 45% viso užmokesčio, o trečias — likusius pinigus.

a) Kiek procentų užmokesčio gavo trečiasis darbininkas?

b) Kiek pinigų gavo kiekvienas darbininkas, jei visas užmokestis yra 4 500 litų?

Pavaizduokite darbininkų uždarbį litais stulpeline diagrama, o uždarbį procentais — skrituline diagrama.

482. Kiek kubinių centimetrų lentučių reikės brėžinyje pavaizduotoms lystelėms AB, AC ir DC padaryti, jeigu jų plotis lygus 10 cm, o storis — 2 cm?



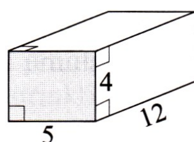
483. Vietovėse A, B ir C yra vietinio ryšio radijo stotys; atstumai $AB = 24$ km, $BC = 30$ km, $AC = 42$ km.

a) Nubraižykite brėžinį masteliu 1 cm : 6 km.

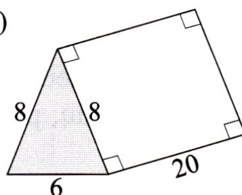
b) Stočių, esančių vietovėse A, B ir C, radijo signalų priėmimo spinduliai atitinkamai lygūs 12 km, 12 km ir 21 km. Nuspalvinkite brėžinyje visų stočių radijo signalų priėmimo zonas.

484. Apskaičiuokite pavaizduotų kūnų tūrius:

a)



b)



485. Kuris skaičius mažesnis:

a) $\sqrt{63}$ ar $2\sqrt{7}$; b) $3\sqrt{3}$ ar $\sqrt{48}$?

486. Kokia banko metinių palūkanų norma, jeigu per metus:

a) 1500 Lt indėlis išaugo iki 1551 Lt;

b) 8200 Lt indėlis išaugo iki 8487 Lt?

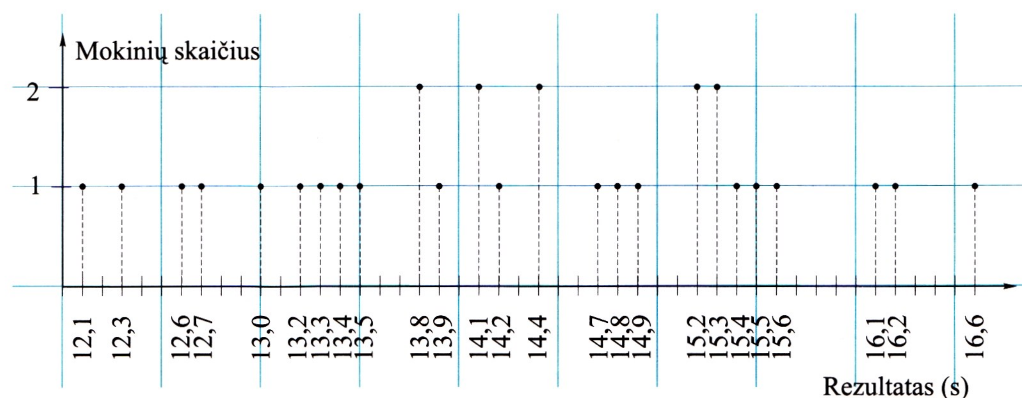
487. Vienu vamzdžiu baseiną galima pripildyti per 5 h, o dirbant kartu ir antram vamzdžiui — per 3 h. Per kiek laiko baseiną gali pripildyti antras vamzdis?

3 Imties plotis. Duomenų grupavimas

Aštuntos klasės 30 moksleivių dalyvavo 100 m bėgimo varžybose. Rezultatai buvo tokie (sekundėmis):

12,3	13,3	14,4	13,5	15,2	14,8	13,4	16,6	14,1	14,7
13,0	15,2	12,6	14,4	12,7	13,9	14,9	15,5	15,6	16,1
14,1	14,2	13,8	13,8	15,4	12,1	15,3	13,2	15,3	16,2

Pavaizduokime šiuos duomenis taškine diagrama.



Matome, kad visi rezultatai (imties duomenys) yra nuo 12,1 iki 16,6 sekundžių.

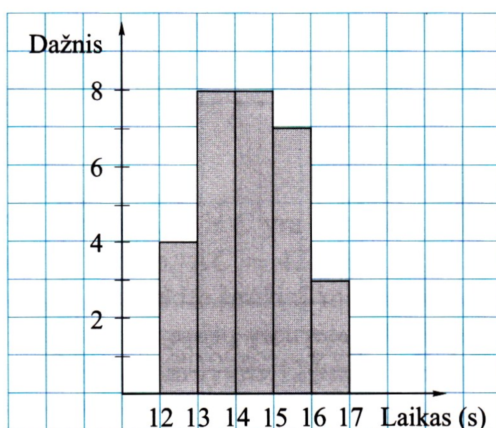
Skirtumas tarp didžiausio ir mažiausio imties duomenų vadinamas imties pločiu.

Mūsų atveju imties plotis yra $16{,}6 - 12{,}1 = 4{,}5$.
Imties plotis rodo duomenų išsibarstymą. Kuo plačiau jie išsisklaidę, tuo imties plotis didesnis.
Gauta taškinė diagrama nevaizdi, nes per daug skirtingų rezultatų. Sugrupuokime rezultatus į vienos sekundės ilgio nesikertančius intervalus: [12; 13), [13; 14), [14; 15), [15; 16), [16; 17). Rezultatai tarp 12 ir 13 sekundžių, įskaitant 12, patenka į intervalą [12; 13), rezultatai tarp 13 ir 14 sekundžių, įskaitant 13 — į intervalą [13; 14) ir t. t.

Suskaičiuokime, kiek duomenų patenka į kiekvieną intervalą: į intervalą [12; 13) patenka 12,1; 12,3; 12,6; 12,7, t. y. duomenų patekimo į intervalą [12; 13) dažnis lygus 4; į intervalą [13; 14) patenka 13,0; 13,2; 13,3; 13,4; 13,5; 13,8; 13,8; 13,9, t. y. patekimo į intervalą dažnis lygus 8 ir t. t.
Sudarykime taip sugrupuotų duomenų dažnių lentelę:

Intervalas	[12; 13)	[13; 14)	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)
Dažnis	4	8	8	7	3

Sugrupuotus duomenis pavaizduokime histograma. Virš kiekvieno intervalo brėžkime stulpelį, kurio aukštis lygus į tą intervalą patekusių duomenų skaičiui (dažniui).



Iš sugrupuotosios imties histogramos matyti, kad bėgimo rezultatai tarp 13 ir 14 sekundžių yra taip pat dažni, kaip ir rezultatai tarp 14 ir 15 sekundžių, o į intervalą [16, 17) patenka mažiausiai rezultatų. Deja, imties (pradinių duomenų) iš sugrupuotosios imties histogramos atkurti negalima.
Grupuojant duomenis į intervalus patartina:

- Pasirinkti vienodo ilgio intervalus;
- Intervalų galus imti „patogius“ skaičius;
- Intervalų skaičių imti ne mažesnį kaip 3–4 ir ne didesnį negu 10–12.

Pratimai ir uždaviniai

488. Pateikta 50 slyvų masė gramais.

11,0	4,6	6,6	8,1	2,7	2,5	12,9	11,8	2,1	6,0
3,4	12,4	1,8	5,4	3,6	5,0	6,3	8,3	8,2	5,9
8,0	8,3	3,1	3,0	3,8	5,8	1,8	11,8	4,0	1,7
5,7	2,6	8,2	4,7	3,8	5,2	1,8	2,4	2,6	10,4
4,0	1,4	3,5	6,0	8,1	3,2	9,8	7,7	2,0	8,1

a) Sugrupuokite duomenis į intervalus nuo 1,0 g iki 3,5 g, nuo 3,5 g iki 6,0 g, nuo 6,0 g iki 8,5 g, nuo 8,5 g iki 11,0 g, nuo 11,0 g iki 13,5 g. Nubraižykite histogramą.

b) Sugrupuokite duomenis į intervalus nuo 1 g iki 4 g, nuo 4 g iki 7 g, nuo 7 g iki 10 g, nuo 10 g iki 13 g. Nubraižykite histogramą.

c) Kuri histograma, jūsų nuomone, vaizdesnė?

489. Išmatuotas jaunų medelių aukštis nuo žemės (centimetrais).

202	210	163	169	61	209	201	146	140
158	119	192	216	172	149	175	180	126
198	166	192	188	221	173	200	179	254
169	177	219	176	172	232	204	166	170
70	181	120	246	148	164	169	198	102
132	166	176	107	227	169	200	129	223
159	194	205	209	214	153	205	147	212

a) Sudarykite sugrupuotų duomenų dažnių lentelę, imdami intervalus nuo 50 cm iki 80 cm, nuo 80 cm iki 110 cm, ...

b) Sudarykite sugrupuotų duomenų dažnių lentelę, jeigu intervalų vidurio taškai yra 50 cm, 110 cm, ...

490. Išmatuoti gatve važiuojančių automobilių greičiai (km/h).

76,8	65,4	58,9	65,0	53,8	72,6	77,5	65,3	67,5
66,1	39,7	57,8	58,6	53,5	70,1	56,3	43,9	46,3
84,2	48,3	74,2	95,7	40,1	73,8	42,2	30,0	
65,3	86,8	73,0	43,8	56,2	62,5	19,7	63,9	
45,3	29,2	58,6	54,6	78,7	85,2	40,2	71,7	

a) Sudarykite sugrupuotų duomenų dažnių lentelę, jeigu intervalų vidurio taškai yra 10, 30, 50 ir 70.

b) Nubraižykite histogramą.

c) Didžiausias leistinas greitis toje gatvėje yra 60 km/h. Kuri stebėtų automobilių dalis viršijo šį greitį?

491. Bulvės rūšiuojamos pagal masę. Atsitiktinai pasirinktos ir pasvertos 50 bulvių (gramais):

61, 59, 29, 84, 40, 26, 117, 28, 121, 16, 44, 121, 17, 42, 60, 48, 80, 97, 130, 29, 83, 117, 119, 57, 42, 19, 59, 28, 83, 101, 59, 78, 87, 95, 74, 78, 20, 62, 38, 43, 17, 17, 28, 31, 31, 90, 19, 17, 106, 38.

a) Raskite didžiausią ir mažiausią bulvės masę.
b) Pasirinkite intervalą, į kurį tilptų duomenys, ir padalykite jį į 5 vienodo ilgio intervalus.
c) Sudarykite sugrupuotų duomenų dažnių lentelę.

492. Sudarykite klasės paskutinio matematikos kontrolinio darbo pažymių diagramą. Kuris pažymys dažniausias? rečiausias? Kokiame mažiausiame intervale yra bent pusė gautų pažymių ir kokių?

493. Mokyklos direktoriaus pavaduotoja užpildė lentelę.

Klasės	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Mokinių skaičius	19	22	25	17	18	24	19	25	26	26
Mergaičių skaičius	8	12	9	10	14	12	10	9	11	13

a) Koks vidutinis mokinių skaičius klasėje? mergaičių skaičius klasėje?
b) Koks mokyklos mergaičių ir berniukų procentinis santykis?

494. Buvo tiriamas dviejų amžiaus grupių vaikų reakcijos greitis (sekundėmis):

I grupė:	0,18	0,38	0,58	0,56	0,24
	0,48	0,50	0,26	0,28	0,36
	0,58	0,28	0,24	0,40	0,52
II grupė:	0,24	0,36	0,38	0,30	0,28
	0,40	0,46	0,54	0,48	0,44
	0,36	0,30	0,38	0,48	0,46
	0,40	0,54	0,32	0,26	0,56



a) Koks geriausias rezultatas I grupėje?
b) Koks blogiausias rezultatas II grupėje?
c) Palyginkite abiejų grupių reakcijos greičių vidurkius ir medianas.

495. Suprastinkite reiškinius:

a) $\frac{a^8 \cdot a^5}{a^4}$; b) $\frac{a^8}{a^2 \cdot a^6}$; c) $\frac{a \cdot a^3 \cdot a^7}{a^4 \cdot a^5}$; d) $\frac{a^2 \cdot a^6 \cdot a^{12}}{a \cdot a^{10} \cdot a^3}$.

496. Išspręskite lygtis:

a) $\frac{x}{6} + \frac{x}{3} = 4$; b) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 7$; c) $\frac{y}{10} + 1 = \frac{y}{5}$; d) $\frac{y}{2} - 5 = \frac{y}{7}$.

497. Pakeiskite sandauga:

a) $2(x+y)+(x+y)^2$ b) $(p-q)^2+4(p-q)$

c) $2(m+n)(m-n)-(m-n)$ d) $a(b+c)-(b-c)(b+c)$

498. Mokykloje mokosi 800 mokinių. Net 80% jų lanko sporto būrelius, o 5% visų sportuojančiųjų lanko baseiną. Kiek mokinių lanko baseiną?

499. Parašykite standartiniu pavidalu:

a) 4200; b) 0,0035; c) $51{,}1\cdot10^{-2}$; d) $0{,}24\cdot10^{5}$.

500. Atlikite veiksmus:

a) $(\sqrt{3}-\sqrt{27})\cdot\sqrt{3}$; b) $(3\sqrt{8}+\sqrt{128}-\sqrt{800})\cdot\sqrt{2}+20$.

501. Baltijos jūros vandens prie Lietuvos krantų druskingumas 6–8‰. Nuo kiek iki kiek kilogramų druskų yra:

a) vienoje tonoje jūros vandens;

b) $5\,m^3$ jūros vandens, jei jūros vandens tankis $1{,}03\,g/cm^3$?

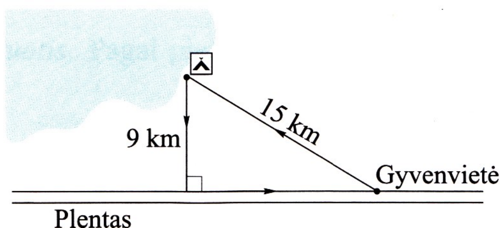
502. Parašykite didžiausią lyginį dviženklį skaičių, kuris dalijasi iš:

a) 3; b) 5.

503. Lygiašonės trapecijos pagrindai yra 12 cm ir 24 cm, o šoninė kraštinė lygi 7,5 cm. Raskite trapecijos plotą.

504. Kokį reiškinį reikia pridėti prie $(a-b)^2$ norint gauti $(a+b)^2$?

505. Poilsiavietė yra prie ežero už 9 km nuo plento ir 15 km nuo gyvenvietės.



Prie ežero draugai nuvažiavo trumpiausiu keliuku. Grįždami iš pradžių jie važiavo keliuku, statmenu plentui, o paskui — plentu į gyvenvietę. Greitis keliuku buvo 8 km/h. Koks turėjo būti jų greitis plentu, jei draugai grįžo iš ežero per tiek pat laiko, per kiek nuvažiavo prie ežero?

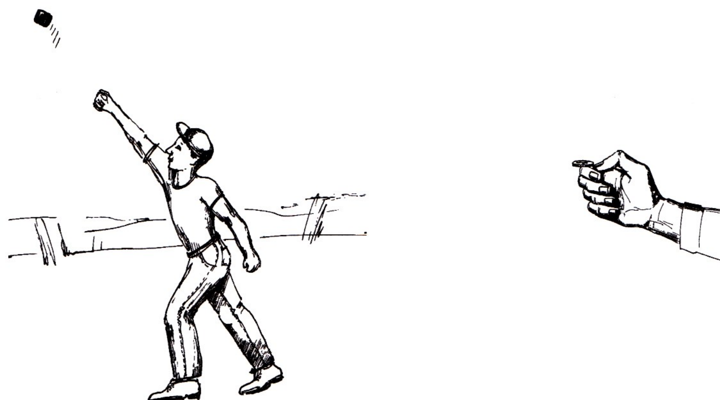
506. Atliekant statistinį tyrimą, reikia jam gerai pasirengti. Patartina sudaryti tyrimo planą, suskaidant darbą į keletą dalių (žingsnių). Panagrinėkime pagrindinius žingsnius.

- *Tyrimo tikslo nusakymas.*
- *Duomenų rinkimas.* Numatoma, kaip bus renkami duomenys ir, kiek jų reikia surinkti. Visada norėtųsi surinkti kuo daugiau duomenų, tačiau tam reikia daugiau darbo ir laiko. Yra taikomi įvairūs duomenų rinkimo būdai. Pavyzdžiui, pasirinkus imties dydį, galima apklausinėti ne visus mokinius iš kelių pasirinktų klasių, bet po 10–15 mokinių iš kiekvienos klasės.
- *Surinktų duomenų tvarkymas.* Sudaromos variacinės eilutės, dažnių lentelės, duomenys grupuojami.
- *Grafinis duomenų vaizdavimas.* Brėžiamos skritulinės diagramos, daugiakampiai, histogramos.
- *Imties charakteristikų radimas.* Skaičiuojami imties vidurkis, plotis, mediana. (Yra ir kitų imtį apibūdinančių skaičių, bet mes jų kol kas nenagrinėsime.)
- *Išvados.* Remiantis viso atlikto darbo rezultatais daromos išvados, apibendrinimai.

Užduotis. Suplanuokite ir atlikite statistinį tyrimą tema „Kiek vidutiniškai laiko praėjusią naktį miegojo aštuntokai?“

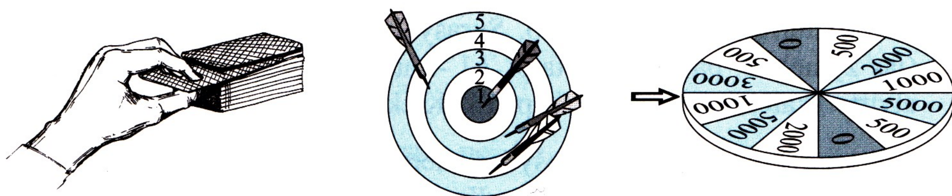
4 Bandymai ir jų baigtys

• Kiekvieną giedrą vasaros vakarą ant Palangos tilto stebėdami saulėlydį matome, kaip saulė nusileidžia. Žinoma, tai įvyksta ir tais vakarais, kai pro debesis saulės nesimato.
• Meskime į viršų akmenį. Kad ir kaip aukštai mestume, akmuo kiekvieną kartą nukris ant žemės, o nenuskries į kosminę erdvę.



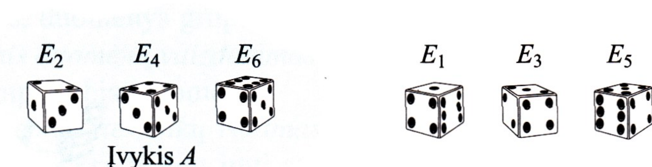
Dabar atlikime tokį bandymą: meskime aukštyn monetą ir žiūrėkime, kuo ji atvirs – herbu ar skaičiumi. Šio bandymo rezultato iš anksto pasakyti negalima, nes bandymas turi dvi galimas baigtis: „atvirto herbas" ir „atvirto skaičius". Net ir pabandę daug kartų, mes nežinosime kuria puse moneta atvirs kitu metimu.
Taigi yra bandymų, kuriuos kartojant tomis pačiomis sąlygomis, jų baigties numatyti negalima. Tokių bandymų baigtys vadinamos *atsitiktinėmis baigtimis* arba tiesiog *baigtimis*.

1 užduotis. Pagal piešinėlį nusakykite bandymą ir jo galimas baigtis.



PAVYZDYS. Meskime lošimo kauliuką ir žiūrėkime, kuriuo akučių skaičiumi jis atvirs. Šis bandymas turi 6 galimas baigtis: „iškrito viena akutė“, „iškrito dvi akutės“, „iškrito trys akutės“, „iškrito keturios akutės“, „iškrito penkios akutės“, „iškrito šešios akutės“. Šias baigtis patogu žymėti taip: E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6.

Tarkime mus domina įvykis „iškrito lyginis akučių skaičius“, pažymėkime jį raide A. Lyginis akučių skaičius iškris, kai atvirs arba dvi, arba keturios, arba šešios akutės. Sakome, kad įvykiui A yra palankios 3 baigtys E_2, E_4, E_6, o baigtys E_1, E_3, E_5 – jam nepalankios.



? Kurios baigtys palankios įvykiui, „iškritusių akučių skaičius ne didesnis už 3“?

Pastebėsime, kad mėtant kauliuką įvykis „iškritusių akučių skaičius mažesnis už 7“ įvyksta kiekvieną kartą; toks įvykis vadinamas *būtinuoju.* Įvykis „iškritusių akučių skaičius didesnis už 6“ neįvyksta niekad; toks įvykis vadinamas *negalimuoju.*

Pratimai ir uždaviniai

507. 8^a ir 8^b klasės žaidžia krepšinio rungtynes iki pergalės. Kokia galėtų būti rungtynių baigtis?

508. Atliekamas toks bandymas: vienu metu metama moneta ir lošimo kauliukas, ir žiūrima, kaip jie atvirto. Surašykite visas galimas bandymo baigtis (jas žymėkite, pavyzdžiui, taip: $h1$ – atvirto herbas ir viena akutė, $s3$ – atvirto skaičius ir 3 akutės ir pan.). Kiek jų yra?

509. Ant vienodų 10 lapelių užrašyti 4 mergaičių ir 6 berniukų vardai. Atsitiktinai ištrauktas vienas lapelis. Kurie įvykiai būtini, negalimi?
A — užrašytas mergaitės vardas;
B — užrašytas berniuko vardas;
D — užrašytas vardas;
E — lapelis tuščias.

510. Metami du skirtingi lošimo kauliukai ir žiūrima, kaip atvirto kiekvienas kauliukas.

a) Užbaikite pildyti kairiąją lentelę šio bandymo baigtimis. Atkreipkite dėmesį, kad (1, 2) ir (2, 1), (2, 3) ir (3, 2) ir pan. yra skirtingos baigtys (skirtingi kauliukai).

b) Sakykime, kad mus domina tokie įvykiai: abiejų kauliukų atvirtusių taškų suma lygi 2, lygi 3, ..., lygi 12. Kiekviename dešiniosios lentelės langelyje įrašome atitinkamą sumą, pavyzdžiui, baigties (3, 4) langelyje rašome 7 ir t. t.

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	(1,1)					
⚁			(2,3)			
⚂		(3,2)				
⚃					(4,5)	
⚄				(5,4)		
⚅						

+	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀						
⚁						
⚂				7		
⚃			7			
⚄					10	
⚅						

c) Kurios baigtys palankios įvykiams:
A — abiejų kauliukų iškritusių taškų suma didesnė už 10;
B — taškų suma baigiasi skaitmeniu 2;
C — taškų suma dalijasi iš 6;
D — pirmojo kauliuko iškritusių akučių skaičius didesnis.

511. Dėžėje yra 4 rutuliai: 3 balti ir 1 raudonas. Pasakykite būtinųjų ir negalimųjų įvykių pavyzdžių, jei:
a) atsitiktinai ištrauktas 1 rutulys; b) atsitiktinai ištraukti 2 rutuliai.

512. Moneta metama tris kartus.

a) Užrašykite visas galimas baigtis (pvz., hsh reikštų, kad pirmą kartą atvirto herbas, antrą – skaičius, trečią – vėl herbas).

b) Išrašykite visas baigtis, palankias įvykiui:
A — s atvirto vieną kartą;
B — s atvirto du kartus;
C — s atvirto tris kartus;
D — s neatvirto;
E — s atvirto daugiau kartų nei h.

Pavyzdys. Įvykis F – „herbas atvirto du kartus“. Palankios šiam įvykiui baigtys yra hhs, hsh, shh.

---

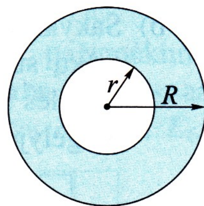
c) Pateikite būtinųjų ir negalimųjų įvykių pavyzdžių.

513. Nustatykite, ar trikampio kraštinių ilgiai gali būti išreikšti skaičiais:
a) 5; 17; 12; b) 10; 5; 5; c) $\sqrt{5}$; 1; 2; d) $\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; 6.

514. Koordinačių plokštumoje pažymėkite taškus $A(-3; -2)$, $B(-3; 4)$, $C(5; 4)$. Apskaičiuokite trikampio ABC plotą. Raskite kraštinės AC ilgį, nesinaudodami liniuote.

515. Apskaičiuokite didžiojo ir mažojo apskritimų ilgius ir raskite užbrūkšniuotos dalies plotą, kai:

a) $R = 4{,}2\,\text{cm}$, $r = 2\,\text{cm}$;
b) $R = 6\,\text{dm}$, $r = 3{,}5\,\text{dm}$.



516. Išspręskite lygtis:
a) $x^2+100x = 0$; b) $x^2-10x = 0$; c) $4x = 25x^2$; d) $0{,}2x = 0{,}02x^2$.

517. Dariaus močiutė kas antrą dieną išgeria po pusę tabletės vaistų. Kuriam laikui užteks 90 tablečių?

518. Jei automobilis važiuoja v km/h greičiu, tai jo stabdymo kelio ilgis apskaičiuojamas pagal formulę

$$S = \frac{1}{5}v + \frac{1}{200}v^2 \qquad (S \text{ — kelias metrais}).$$

Apskaičiuokite automobilio stabdymo kelio ilgį, jei v yra:
a) 50 km/h; b) 60 km/h; c) 100 km/h; d) 120 km/h.

519. Paaiškinkite, kodėl lygybė $\sqrt{25} = -5$ yra neteisinga.

520. Išreikškite skaičius $\frac{7}{15}$ ir $3\frac{2}{3}$ dešimtainėmis periodinėmis trupmenomis. Parašykite jų apytiksles reikšmes, suapvalinę periodines trupmenas iki:
a) dešimtųjų; b) šimtųjų; c) tūkstantųjų.

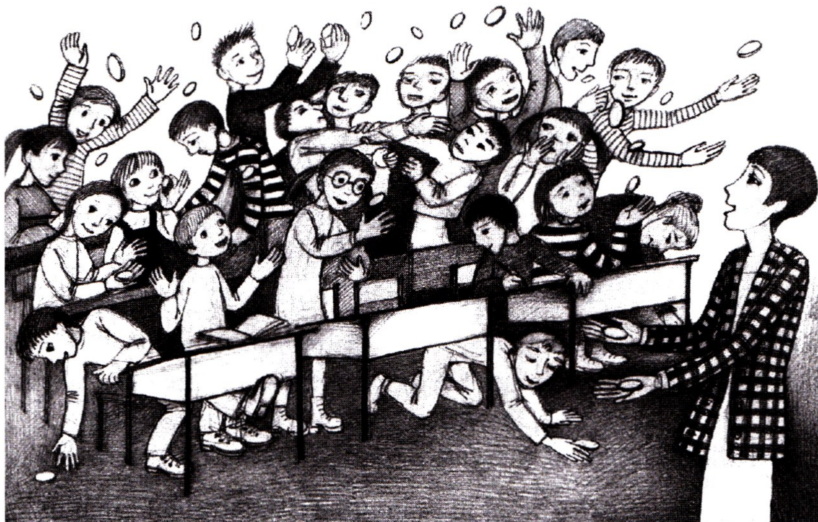
521. Bazinė mėnesinė alga yra 105 Lt. Tarnautojo pareiginis atlyginimas per mėnesį yra 1071 Lt, o atlyginimo neapmokestinamasis minimumas — 324 Lt.
a) Koks tarnautojo kvalifikacinis koeficientas?
b) Kiek tarnautojas moka pajamų mokesčio?
c) Kiek tarnautojas moka mokesčio SODRAI?
d) Kiek litų gavo tarnautojas, atskaičius mokesčius?

522. Gražina nori pasipuošti vakarėliui mokykloje. Ji turi gelsvą, žydrą, rausvą ir mėlyną palaidinukes, bei baltą ir pilką sijonėlius. Surašykite visus galimus Gražinos apsirengimo būdus.

523. Parduotuvėje yra dviejų rūšių riešutų. Vienos rūšies riešutų kilogramas kainuoja 20 litų, kitos — 30 litų. Vienos ir kitos rūšies riešutų kiekis skirtingas, bet tiek vienų, tiek kitų riešutų parduotuvė turi už tą pačią sumą. Po kiek litų reikėtų pardavinėti šių riešutų mišinį?

5 Kuris įvykis tikėtinesnis?

Atlikime tokį bandymą: kiekvienas klasės mokinys meta monetą 10 kartų ir pasižymi, kiek kartų moneta atsivertė skaičiumi ir kiek — herbu.



1 užduotis. Apskaičiuokite visos klasės bandymų rezultatus: kiek iš viso kartų moneta atsivertė herbu, o kiek — skaičiumi. Kuri pusė atsivertė dažniau?

? Ar galime būti tikri, kad ta pati pusė dažniau atsivers pakartojus bandymą?

Laikoma, kad herbo ir skaičiaus atsivertimas yra *vienodai galimi* arba *vienodai tikėtini* įvykiai. Kitaip dar sakoma, kad metant monetą yra viena galimybė iš dviejų atvirsti skaičiui, ir taip pat viena galimybė iš dviejų atvirsti herbui. Panašiai mėtydami lošimo kauliuką laikome, kad bet kurios iš 6 sienų atvirtimas yra vienodai galimas arba vienodai tikėtinas. Kitaip sakant, kiekviena baigtis yra vienodai tikėtina ir yra viena galimybė iš šešių, kad, pavyzdžiui, atvirs viena akutė.

PAVYZDYS. Palyginkime du su kauliuko mėtymu susijusius įvykius:
A — „atvirtusių akučių skaičius lyginis;“
B — „atvirtusių akučių skaičius dalus iš 3“.
Įvykiui *A* yra palankios trys baigtys iš šešių vienodai galimų baigčių: E_2, E_4, E_6. Įvykiui *B* yra palankios dvi baigtys E_3 ir E_6 iš tų pačių šešių vienodai galimų baigčių. Taigi įvykiui *A* įvykti yra daugiau galimybių negu įvykiui *B*: trys galimybės iš šešių prieš dvi galimybes iš šešių. Sakysime, kad įvykis *A* — „atvirto lyginis akučių skaičius“ labiau tikėtinas už įvykį *B* — „atvirtusių akučių skaičius dalus iš 3“.

2 užduotis. Dešimtokai broliai dvyniai Darius ir Marius, nenorėdami plauti indų po pietų, pasiūlė savo sesei aštuntokei Dovilei mesti burtus dviem monetomis: jei atvirsta abu herbai, tai indus plauna Darius, jei abu skaičiai – Marius, o jei monetos atvirsta skirtingomis pusėmis – Dovilė. Mergaitė pamąstė, paskaičiavo ir nesutiko. Kodėl?

Pratimai ir uždaviniai

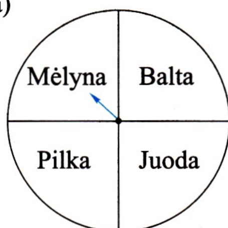
524. a) Pintinėje yra 10 obuolių ir 5 kriaušės. Iš jos atsitiktinai paimamas vienas vaisius. Kuris įvykis labiau tikėtinas:
A — paimtas obuolys; *B* — paimta kriaušė?
b) Dėžėje yra 4 raudoni ir 8 balti vienodo dydžio rutuliai. Atsitiktinai paimamas vienas rutulys. Kuris įvykis labiau tikėtinas:
A — paimtas raudonas rutulys; *B* — paimtas baltas rutulys?

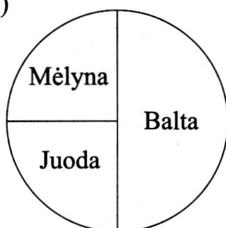
525. 10 vaikų keičiasi dovanėlėmis. Ant vienodų popieriaus lapelių surašomi vaikų vardai. Kiekvienas traukia lapelį nežiūrėdamas. Kas labiau tikėtina:
a) išsitraukti savo vardą ar paties geriausio draugo vardą?
b) ištraukti berniuko ar mergaitės vardą (nuo ko tai priklauso)?

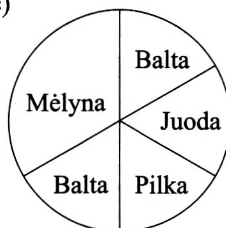
526. Loterijoje 1000 bilietų, 50 iš jų — laimingi. Atsitiktinai traukiamas vienas bilietas. Kas labiau tikėtina: ištrauktas laimingas bilietas ar ištrauktas tuščias bilietas?

527. Maišelyje yra saldainiai „Nykštukas“. Pusė jų — geltonais popieriukais, penktadalis — raudonais, likusieji — mėlynais. Atsitiktinai paimtas vienas saldainis. Kokios spalvos paimto saldainio popieriukas mažiausiai tikėtinas?

528. Įsukta rodyklė gali sustoti bet kuria spalva pažymėtame sektoriuje.

a)


b)


c)


Palyginkite įvykius žodžiais: „vienodai tikėtinas“, „mažiau tikėtinas“:
1) *A* — rodyklė sustojo mėlyna spalva pažymėtame sektoriuje;
B — rodyklė sustojo balta spalva pažymėtame sektoriuje.
2) *C* — rodyklė sustojo pilka arba juoda spalva pažymėtame sektoriuje;
D — rodyklė sustojo dešinėje pusskritulio pusėje.

529. Metamas lošimo kauliukas.

a) Užrašykite visas baigtis.

b) Kurios baigtys palankios įvykiams:

A — iškrito 1 akutė;
B — iškrito 2 akutės;
C — iškrito 3 akutės;
D — iškrito mažiau nei 2 akutės;
E — iškrito daugiau nei 4 akutės;
F — iškrito 6 akutės;
M — iškrito lyginis akučių skaičius;
N — iškrito nelyginis akučių skaičius;
K — iškrito daugiau nei 3 akutės;
L — iškrito mažiau nei 3 akutės?

c) Išrinkite mažiausiai tikėtinus ir labiausiai tikėtinus įvykius.

530. Vienu metu metami du skirtingi lošimo kauliukai ir žiūrima, kiek kurio iškrito akučių. Akučių sandaugos paskutinis skaitmuo užrašomas lentelėje.

a) Pabaikite pildyti lentelę, į kiekvieną langelį įrašydami atitinkamos baigties akučių sandaugos paskutinį skaitmenį, pvz., $1 \times 1 = 1$, $2 \times 5 = 10$.

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	1					
⚁		4			0	2
⚂						
⚃						
⚄						
⚅						

b) Užpildykite lentelę.

Sandaugos paskutinis skaitmuo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dažnis										

c) Išrašykite visas baigtis palankias įvykiams: A_0 „akučių sandaugos paskutinis skaitmuo lygus nuliui“, A_1 „akučių sandaugos paskutinis skaitmuo lygus vienetui“ ir t. t.

d) Kurie iš punkte c) išvardytų įvykių yra vienodai tikėtini?

e) Parašykite negalimųjų ir būtinųjų įvykių pavyzdžių.

531. Ant stalo padėtos užverstos kortelės su skaičiais 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Atsitiktinai traukiama viena kortelė iš aštuonių. Palyginkite įvykių tikėtinumą:

a) *A* — ištraukta kortelė su lyginiu skaičiumi;
B — ištraukta kortelė su nelyginiu skaičiumi.

b) *C* — ištraukta kortelė su skaičiumi daliu iš 2;
D — ištrauktos kortelės skaičius dalus iš 3.

c) *E* — ištrauktas skaičius didesnis už 5;
F — ištrauktas skaičius mažesnis už 5.

532. Kai kuriose šalyse yra populiarus ruletę primenantis stalo žaidimas, kurio lenta pavaizduota piešinyje. Žaidėjai gali statyti už spalvą (žydrą arba juodą), už lyginius–nelyginius, už pirmą ar antrą pusę skaičių (1–18 arba 19–36), už kurį nors trečdalį (1–12, 13–24 arba 25–36) arba už bet kurį konkretų skaičių. Po to, kai žaidėjai sudeda ant lentos savo žetonus (susitarkime, kad kiekvienas stato tik po vieną žetoną), sukamas sukutis, kuris sustoja vienoje iš 36 zonų (t. y. 36 baigtys).

Pavyzdžiui, jeigu sukutis sustoja 17 zonoje, tai laimi ir statę už 17, ir – – už nelyginius, ir — už juodą spalvą, ir — už pirmąją pusę, ir — už antruosius 12. Tas žaidėjas, kuris laimėjo statydamas už vieną konkretų skaičių (t. y. pagrindinėje lentos dalyje buvo padėjęs ant jo savo žetoną) gauna 36 taškus, tas kuris statė už trečdalį (t. y. padėjo savo žetoną į vieną iš trijų langelių antroje nuo apačios eilėje) — 3 taškus, o statę už pusę, lyginius–nelyginius ar spalvą (t. y. apatinėje eilutėje) — po 2 taškus. Laimi tas žaidėjas, kuris pirmas surenka sutartą skaičių taškų, arba tas, kuris po sutarto sukimų skaičiaus surenka daugiausiai taškų.

3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35
1	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34
PIRMIEJI 12				ANTRIEJI 12				TRETIEJI 12			
1 - 18		LYGINIAI						NELYGINIAI		19 - 36	



a) Sukutis sustojo zonoje 26. Už ką statę žaidėjai laimėjo šį kartą?

b) Sukutis sustojo ties kažkokiu skaičiumi. Kuris įvykis iš dviejų nurodytų tikėtinesnis:

1) A_1 — skaičius priklauso pirmam trečdaliui,
   A_2 — skaičius didesnis už 25;
2) B_1 — skaičius yra lyginis,
   B_2 — skaičius yra žydroje zonoje;
3) C_1 — skaičius dalijasi iš keturių,
   C_2 — skaičius yra didesnis už 24.

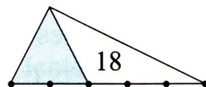
c) Sugalvokite savo užduočių, susijusių su šiuo žaidimu.

533. Keturios mergaitės gavo tokius pažymius:
Aldona: 7, 8, 9, 7, 10; Nijolė: 10, 4, 5, 5, 9, 10;
Raimonda: 7, 8, 8, 7, 7, 9; Vaida: 9, 3, 4, 6, 9, 9, 7.
a) Kurios mergaitės pažymių vidurkis didžiausias?
b) Koks visų gautų pažymių vidurkis?
c) Palyginkite kiekvienos mergaitės gautų pažymių vidurkį su visų gautų pažymių vidurkiu.

534. Kūno kultūros mokytojas užfiksavo tokius 12 vaikinų prisitraukimo prie skersinio skaičius: 4, 6, 0, 8, 4, 7, 0, 1, 6, 4, 5, 5.
a) Užrašykite imtį variacine eilute.
b) Sudarykite dažnių lentelę.
c) Pavaizduokite duomenis taškine diagrama.
d) Raskite prisitraukimų skaičiaus vidurkį ir medianą.

535. Sodininkas pasvėrė 25 obuolius ir pažymėjo jų mases gramais:
115, 89, 118, 99, 98, 114, 94, 90, 114, 117, 128, 120, 96, 95, 124, 119, 100, 125, 102, 88, 135, 96, 117, 104, 87.
a) Sugrupuokite duomenis į intervalus kas 5 g: nuo 85 g iki 90 g, 90 g iki 95 g, nuo 95 g iki 100 g ir t. t.
b) Nubraižykite sugrupuotų duomenų histogramą.

536. Nenuspalvintos trikampio dalies plotas yra 18 cm^2. Koks užbrūkšniuotos dalies plotas?



537. Koordinačių plokštumoje pavaizduokite taškus $A(1; 3)$, $B(7; 3)$, $C(7; 7)$, $M(-1; 3)$, $N(-7; 3)$, $K(-7; 7)$. Raskite trikampių ABC ir MNK plotus.

538. Per kiek sekundžių automobilis nuvažiuoja 1 km, jei jo greitis:
a) 90 km/h; b) 100 km/h; c) 120 km/h?

539. Mokinys pusę kelio į mokyklą ėjo 4 km/h greičiu, o kitą pusę — 6 km/h greičiu. Iš mokyklos jis grįžo 5 km/h greičiu. Kada mokinys ilgiau užtruko: eidamas į mokyklą ar grįždamas namo?

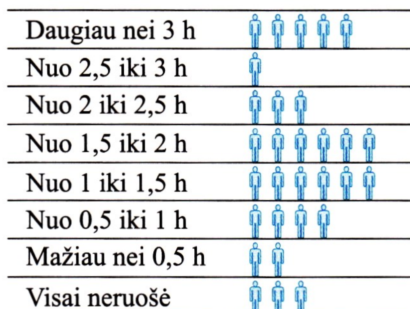
540. Ar gali trikampio kraštinių ilgiai būti proporcingi skaičiams:
a) 2 : 2 : 4; b) 2 : 3 : 4; c) 7 : 3 : 3; d) 10 : 20 : 15?

541. Iš 25 cnt pieno pagaminama 20 kg sūrio.
a) Kiek kg sūrio pagaminama iš 6 cnt; 2 cnt; 14 cnt pieno?
b) Kiek reikia pieno, norint pagaminti 5 kg; 12 kg; 1 cnt sūrio?

542. Iš 40 cm ilgio vielos reikia išlankstyti trikampio modelį, kurio dvi kraštinės yra 7 cm ir 9 cm. Kokia gali būti trečioji kraštinė? Kiek vielos dar liks nepanaudota?

Pasitikrinkite

1. Piktograma vaizduoja, kiek laiko aštuntokai ruošė pamokas. Pateikite duomenis dažnių lentele ir skrituline diagrama.



2. Susirašykite visus šiais mokslo metais gautus matematikos pažymius.

a) Koks imties dydis?

b) Pavaizduokite imtį dažnių lentele, taškine diagrama, daugiakampiu, histograma.

3. Kūno kultūros mokytoja apklausė mokinius, kaip dažnai jie žiūri krepšinio rungtynes per TV, ir gavo tokius duomenis:

Nežiūri	Labai retai	Retai	Dažnai	Beveik visada	Visada
/	~~////~~	~~////~~ ~~////~~ /	~~////~~ ~~////~~ ///	////	/

a) Pateikite duomenis dažnių lentele.

b) Kaip manote, ar kitų klasių apklausos duomenys būtų panašūs?

c) Kokie, jūsų nuomone, būtų duomenys apklausus visus Lietuvos gyventojus?

4. Raskite duomenų vidurkį ir medianą:

a) 6, 7, 7, 9, 9; b) 6, 7, 7, 9, 9, 10.

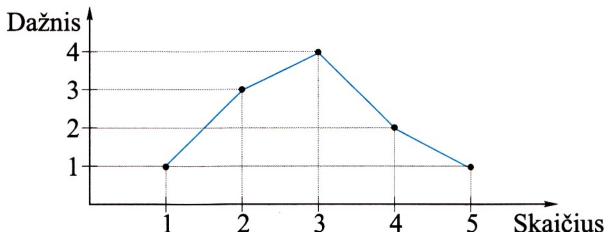
5. Apklausus 20 vaikų, kiek valandų per savaitę jie žiūri televizorių, gauti tokie duomenys:

6	5	2,5	11	6,5
2	15	9	2	10
9	12	14	6	3,5
6	3	16	9	7,5

a) Kiek vidutiniškai laiko per savaitę žiūri televizorių kiekvienas vaikas?

b) Pasidomėkite, kiek valandų per savaitę žiūrėti televizorių gydytojai rekomenduoja 13–15 metų paaugliams.
c) Sugrupavę duomenis nuo 1 val. iki 3 val., nuo 3 val. iki 5 val. ir t. t., nubraižykite histogramą.

6. Yra penkios kortelės su skaičiais 1, 2, 3, 4, 5. Kiekvienas iš grupės mokinių atsitiktinai traukė vieną iš penkių kortelių, ir buvo pažymimas jo ištrauktas skaičius. Gauti duomenys pavaizduoti daugiakampiu.



a) Kiek kartų buvo traukiama kortelė?
b) Sudarykite ištrauktų skaičių dažnių lentelę.
c) Raskite ištrauktų skaičių medianą.
d) Koks ištrauktų skaičių vidurkis?

7. Aštuntokai šokinėjo į tolį. Rezultatai (metrais) pateikti lentelėje.

3,46	3,87	3,91	4,42	4,32	3,46	3,95	4,44	3,45	3,96
3,48	3,25	3,94	4,16	3,29	4,39	4,34	3,94	4,16	4,17
4,07	3,78	3,79	4,39	4,24	4,22	3,87	3,79	4,52	4,57
4,27	4,05	3,63	3,91	4,69	4,79	4,70	3,33	3,10	4,34
4,26	3,66	3,61	4,25	4,28	3,75	4,20	3,07	4,05	4,17

a) Sugrupuokite duomenis į intervalus: [3,00; 3,50), [3,50; 4,00), [4,00; 4,50), [4,50; 5,00).
b) Sudarykite sugrupuotų duomenų dažnių lentelę.
c) Nubraižykite histogramą.
d) Dabar sugrupuokite duomenis į 5 intervalus ir vėl atlikite užduotis b) ir c).

8. Vida bando atspėti Giedrės sugalvotą vienaženklį skaičių.
a) Išvardykite visus galimus Vidos spėjimus.
b) Vida neatspėjo, tad Giedrė pasiūlė spėti dar kartą. Ar gali dviejų spėjimų suma būti lygi 18. Kodėl?

9. Klasėje 24 mokiniai, iš jų 11 mergaičių. Mokytoja kviečia atsakinėti vieną mokinį.

a) Pasakykite galimas baigtis (pavyzdžiui, pakvietė pirmąjį žurnale užrašytą moksleivį — įvykis A_1).

b) Kiek baigčių yra palankių įvykiui:
A — pakvietė mergaitę;
B — pakvietė berniuką;
C — pakvietė vaiką, kurio pavardė žurnale pažymėta lyginiu numeriu?

c) Kuris įvykis A, B ar C labiau tikėtinas?

10. Apskaičiuokite:

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} - \left|-3^{-1}\right| - 100^0$ b) $\frac{2^{-1}-3^{-1}}{|6^{-1}|}$

c) $7\frac{1}{3} : \left(-1\frac{2}{9}\right) + \frac{1}{2}$ d) $\left(3{,}6 - 1\frac{1}{8} : \frac{3}{4}\right) \cdot 3\frac{1}{3}$

11. Duoti du iracionalieji skaičiai $\sqrt{75}$ ir $2\sqrt{3}$. Raskite jų:

a) sumą b) skirtumą c) sandaugą
d) dalmenį e) kvadratų skirtumą f) skirtumo kvadratą

12. Duota trupmena $\frac{2}{3}$. Parašykite šiai trupmenai lygią trupmeną, kurios:

a) vardiklis būtų didžiausias dviženklis natūralusis skaičius;
b) skaitiklis būtų mažiausias triženklis natūralusis skaičius.

13. Išskaidykite dauginamaisiais:

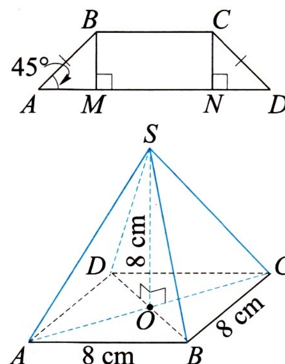
a) $15ax + 12ay$ b) $x^2 - xy$ c) $15c - 10c^2$
d) $x^2 - 25$ e) $a^2 - 6a + 9$ f) $16 + 8x + x^2$

14. Kiek pinigų reikia padėti į banką, norint per metus gauti 840 Lt palūkanų, jei metinių palūkanų norma 3,5%?

15. Baltijos jūros vandens druskingumas yra 7‰. Kiek gramų druskų yra trijuose kilogramuose Baltijos jūros vandens?

16. Lygiašonės trapecijos pagrindai 4 cm ir 8 cm. Kampas prie ilgesniojo pagrindo 45°. Apskaičiuokite: a) šoninę kraštinę; b) plotą.

17. Piramidės pagrindas — kvadratas, kurio kraštinė 8 cm. Piramidės aukštinė SO lygi 8 cm. Apskaičiuokite: a) įstrižainę AC; b) šoninę briauną.



Skyrelių „Pasitikrinkite“ uždavinių atsakymai

1

1. a) 27; b) 0,0016; c) $\frac{9}{16}$; d) $-\frac{1}{125}$; e) 1; f) 1.

2. a) 3^7; b) 5^6; c) $(-6)^5$; d) $0,3^3$; e) 7^5; f) 3^9; g) $0,8^4$; h) $1,1^5$; i) $(-x)^9$; j) a^{16}; k) z^9; l) $(-a)^{13}$.

3. a) $7^6 = 7^2 \cdot 7^4$; b) $10^9 = 10 \cdot 10^8$; c) $x^7 = x^3 \cdot x^4$; d) $y^{21} = y^3 \cdot y^{18}$; e) $(-8)^5 = (-8)^2 \cdot (-8)^3$.

4. a) 15^2; b) $0,7^3$; c)$(-2,3)^3$; d) $0,2^6$; e) 5^1; f) 3^2; g) p^5; h) $(-y)^3$; i) x^2.

5. a) 90; b) 42; c) −2000; d) 275; e) −9; f) −37; g) 6; h) −30.

6. a) $0,09a^2$; b) $625a^4b^4$; c) $\frac{1}{9}m^2n^2$; d) $-\frac{1}{64}z^6$; e) $8x^3y^3$.

7. a) $(ab)^5$; b) $(3x)^6$; c) $(0,1xy)^3$; d) $(-5mn)^3$; e) $\left(\frac{2}{5}z\right)^2$.

8. a) $\frac{27}{125}$; b) $\frac{25}{36}$; c) $\frac{a^2}{16}$; d) $-\frac{y^5}{32}$; e) $\frac{8x^3y^3}{27z^3}$.

9. a) $\left(\frac{x}{y}\right)^4$; b) $\left(\frac{3a}{c}\right)^6$; c) $\left(-\frac{a}{2}\right)^3$; d) $\left(-\frac{3b}{z}\right)^3$; e) $\left(\frac{4m}{5}\right)^2$.

10. a) 6^{20}; b) $0,7^6$; c) $(-a)^{15}$; d) x^{12}. **11.** a) x^{24}; b) x^{10}; c) x^4; d) x^4; e) x^9.

12. a) 27; b) 4; c) 4; d) 25. **13.** a) $\frac{1}{7^4}$; b) $\frac{1}{a^3}$; c) $\frac{1}{4a^2}$; d) $\frac{1}{a+7}$.

14. a) $(3x)^{-1}$; b) $(3x)^{-2}$; c) $(3x)^{-3}$; d) $(3x)^{-4}$.

15. a) 1; b) 125; c) 256; d) 0,0002; e) $2\frac{1}{4}$; f) −200; g) $17\frac{1}{9}$; h) $2\frac{3}{8}$; i) $\frac{3}{400}$.

16. a) $3,7 \cdot 10^3$; 3; b) $2 \cdot 10^{-2}$; −2; c) $3,7 \cdot 10^{-2}$; −2; d) $2,9 \cdot 10^{-1}$; −1; e) $1,27 \cdot 10^4$; 4; f) $5 \cdot 10^3$; 3; g) $1,39 \cdot 10^{-1}$; −1; h) $7 \cdot 10^0$; 0.

17. a) $3,5 \cdot 10^{10}$; b) $2,5 \cdot 10^{13}$.

18. a) **C**; b) **B**; c) **B**; d) **A**; e) **B**; f) **B**; g) **C**.

19. a) $1,5 \cdot 10^{12}$ m.; b) $5,475 \cdot 10^{14}$ d.; c) $1,314 \cdot 10^{16}$ h.

20. a) −3,7; b) $-1\frac{5}{6}$; c) $6\frac{11}{12}$; d) $-\frac{7}{12}$. **21.** $x - 4$; $x = 3$.

22. a) 3 km/h; b) 12 km/h. **23.** 12 km. **24.** a) 500 g; b) 30‰. **25.** 0,3 Lt.

26. a) 125 cm²; b) 10 cm. **27.** $x = 111°$, $y = 48°$, $z = 21°$.

2

1. a) 14; b) 13; c) 19; d) 23; e) 42; f) 71; g) 1,7; h) 0,19.

2. 100; 1,21; $\frac{4}{9}$; 0,01; $2\frac{7}{9}$.

3. a) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; b) $-2\sqrt{5} > -3\sqrt{5}$; c) $0 < \sqrt{0{,}001}$.

4. a) $\frac{1}{3}$; b) 7; c) 1,5; d) $1\frac{1}{4}$; e) $1\frac{1}{3}$.

5. a) 20; b) 10; c) $2\frac{2}{3}$; d) 5; e) 40; f) 18; g) $3\frac{5}{7}$; h) $\frac{1}{4}$; i) 21; j) $\frac{3}{5}$; k) 0,3; l) 3.

6. a) 0,5; b) $\frac{1}{16}$; c) $\frac{1}{32}$; d) $\frac{5}{12}$; e) $\frac{13}{15}$; f) $\frac{1}{5}$.

7. a) 10; 14; $10 < 14$; b) 13; 17; $13 < 17$.

8. a) $2\sqrt{7}$; b) $4\sqrt{6}$; c) $-3\sqrt{2}$; d) $125\sqrt{11}$; e) $-49\sqrt{3}$; f) $16\sqrt{13}$.

9. a) $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$; b) $\sqrt{80} > 2\sqrt{5}$; c) $\sqrt{12} < 5\sqrt{3}$; d) $5\sqrt{6} > \sqrt{24}$.

10. a) $\sqrt{45}$; b) $\sqrt{32}$; c) $\sqrt{12}$; d) $\sqrt{8}$; e) $\sqrt{0{,}1}$; f) $\sqrt{5}$.

11. a) 21; b) -60; c) 9; d) -10; e) $\sqrt{2}$; f) $\frac{1}{5}$.

12. $3\sqrt{5}$; $-\sqrt{5}$; 10; $\frac{1}{2}$; 25; -15.

13. a) 0; b) $8\sqrt{3}$; c) $-5\sqrt{5}$; d) 300; e) 36; f) 2.

14. a) 3,9; b) 2,6; c) 0,9; d) 7,6.

15. a) 3; b) $\frac{1}{3}$.

16. a) -6; b) 10.

17. a) 1030; 1130; 1230; 1330; 1430; 1530; 1630; 1730; 1830; 1930;
b) 1035; 1134; 1233; 1332; 1431; 1530; 1539; 1638; 1737; 1836; 1935.

18. a) 858 Lt; b) 203,28 Lt; c) 8,58 Lt; d) 646,14 Lt.

19. 108; 18.

20. a) 16 cm, 23 cm; b) 368 cm^2.

3

1. a) ir c) — ne; b) ir d) — taip. **2.** a), b), d).

3. a) $4p$; b) $x^2 - 7xy$; c) 1; d) $34 - m$.

4. a) $45y^5$; 45; b) $-1{,}2a^2b$; $-1{,}2$; c) $-x^2y^2$; -1; d) m^3n^3; 1.

5. a) $2x$; 11; -1; b) $-6a - 23$; -47; -24.

6. a) 3,5; b) $-2\frac{5}{6}$; c) $2\frac{5}{13}$; d) $-\frac{1}{2}$.

7. a) $m^2 + 6mn + 9n^2$; b) $9n^2 - 6mn + m^2$; c) $4a^2 - 20ab + 25b^2$; d) $0{,}25x^2 + 0{,}2xy + 0{,}04y^2$; e) $4a^2 - b^2$; f) $y^2 - 36x^2$; g) $-49x^2 + 9$; h) $\frac{1}{25}a^2 - b^2$; i) $5 + 2\sqrt{6}$; j) 78; k) $31 - 10\sqrt{6}$; l) 5.

8. a) -7; b) -2; c) 1; d) $\frac{1}{32}$.

9. a) a^2+2a+9; b) $7b^2-49+42b$; c) c^2-6c+5; d) $10d-20$; e) $3xy+y^2$; f) $m^2 - 4m - mn + 16$.

10. a) 0; -6; b) 0; 21; c) 0; 2; d) 0; $\frac{1}{9}$.

11. a) $-5x(-x + 1)$; b) $-5x(a - bc)$; c) $-5x(-1 + 5x)$; d) $-5x(2x^2 - 3x)$.

12. a) 2900; b) 37.

13. a) $8^4(8 + 1) = 8^4 \cdot 9$; b) $2^{58}(2^2 + 2 - 1) = 2^{58} \cdot 5$

14. a) 9700; b) 10 400. **15.** a) $-2ab$; b) $+2xy$.

16. a) $(m+3n)^2$; b) $(5x-1)^2$; c) $(10+6x)^2$; d) $\left(\frac{1}{7}+7x\right)^2$; e) $(0{,}4p-0{,}3q)^2$; f) $\left(\frac{1}{10}y + \frac{5}{6}\right)^2$.

17. a) $(1 - 9x)(1 + 9x)$; b) $(4m - n)(4m + n)$; c) $\left(\frac{1}{5}x - \frac{1}{6}y\right)\left(\frac{1}{5}x + \frac{1}{6}y\right)$; d) $\left(\frac{2}{3}x - \frac{4}{7}y\right)\left(\frac{2}{3}x + \frac{4}{7}y\right)$; e) $\left(0{,}8xy - m^2\right)\left(0{,}8xy + m^2\right)$; f) $(p^2 - 0{,}2ab)(p^2 + 0{,}2ab)$.

18. a) 300; 15; b) 400; 20; c) 450; 22,5; d) 500; 25.

19. a) $-1\frac{3}{7}$; $1\frac{3}{7}$; b) $-1\frac{1}{3}$; $1\frac{1}{3}$; c) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; d) $-1\frac{1}{3}$; $1\frac{1}{3}$.

20. a) -6; b) $\frac{4}{45}$; c) $\frac{2}{3}$; d) $-2\frac{2}{7}$. **21.** a) $-2\sqrt{3}$; b) 35.

22. D. **23.** 80 km/h. **24.** 5,1 g.

25. a) 150%; b) 60%. **26.** 24 min. **27.** a) 30°; b) 5°.

4

1. 55 cm. **2.** 25. **3.** a) 152 cm, 936 cm^2; b) 84 cm, 330 cm^2.

4. 96 m^2. **5.** 2,5 m; 12 m^2. **6.** 15 cm; 42 cm^2. **7.** 12 dm; 16 dm.

8. a), b) ir d). **9.** a) 1,8; b) 2; c) 2; d) 3. **10.** 36 cm^2.

11. 4 cm arba 16 cm. **12.** $AB = 5$. **13.** a) 15 km; b) $7\frac{1}{17}$ km; c) 8 km.

14. a) ir d) yra; b) ir c) nėra. **15.** a) ir b) negalima; c) galima.

16. a) ir b) negali; c) gali. **17.** 15 cm. **18.** a) $4\sqrt{3}$; b) $16\sqrt{3}$.

19. a) $3\sqrt{8} < 2\sqrt{32}$; b) $4\sqrt{27} > 5\sqrt{12}$.

20. a) $16\frac{1}{8}$; b) $15\frac{7}{8}$; c) 2; d) 128; e) $256\frac{1}{64}$; f) $255\frac{63}{64}$.

21. a) $-4x - 5$; b) $-6a + 13$; c) $52x - 150$; d) $-5a + 1$.

22. a) 20%; b) 500%. **24.** a) 7 m; 9,5 m.

5

1. a) Briaunos SA, SB, SC, AB, AC, BC;
sienos SAB, SBC, SAC, ABC;
b) SAB, SBC, SAC;
c) SBC, ABC.

2. a) 4 viršūnės, 6 briaunos, 4 sienos; b) 5 viršūnės, 8 briaunos, 5 sienos;
c) 6 viršūnės, 10 briaunos, 6 sienos; d) 7 viršūnės, 12 briaunų, 7 sienos.

3. 9. **4.** 24. **5.** 15. **6.** a) 4π; b) 32π; c) 40π; d) 32π.

7. 64π dm^2; 64π dm^3. **8.** Tilps, nes $1500 < 500\pi$.

9. a) 200π cm^3; b) 320π cm^3.
Didesnį tūrį gausime sukdami apie mažesniąją kraštinę.

10. a) 2; b) $\sqrt{6}$. **11.** a) 1,5; b) $-\frac{55}{72}$; c) $3\sqrt{6}$; d) 12. **12.** 2500 Lt.

13. a) $a^2 - 2a + 4$; b) $-\frac{1}{4}$; c) $2{,}25a^2 + 2a$; d) 49.

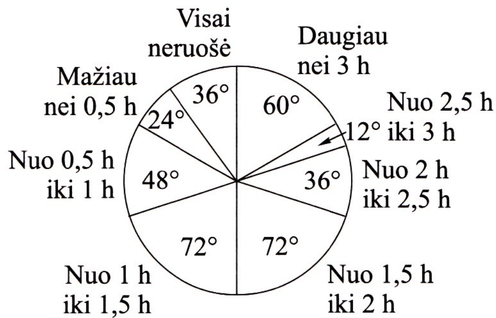
14. a) $-\frac{1}{6}$; b) $-\frac{7}{8}$; c) $\frac{7}{8}$.

6

1.

Laikas	Daugiau nei 3 h	Nuo 2,5 h iki 3 h	Nuo 2 h iki 2,5 h	Nuo 1,5 h iki 2 h	Nuo 1 h iki 1,5 h	Nuo 0,5 h iki 1 h	Mažiau nei 0,5 h	Visai neruošė
Dažnis	5	1	3	6	6	4	2	3

Iš viso 30 mokinių.



3. a)

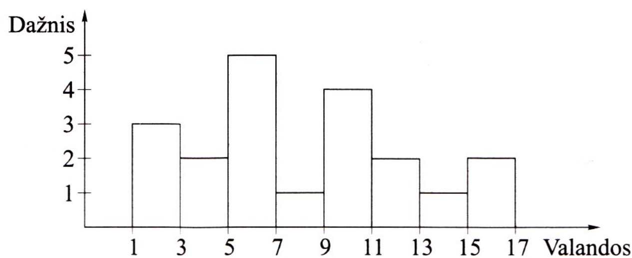
Nežiūri	Labai retai	Retai	Dažnai	Beveik visada	Visada
1	5	11	13	4	1

b) Jei tai nėra sportinė klasė, tai apklausos duomenys būtų panašūs.

4. a) Vidurkis 7,6, mediana 7; b) vidurkis 8, mediana 8.

5. a) 7,75;
c)

Intervalas	[1; 3)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)	[15; 17)
Dažnis	3	2	5	1	4	2	1	2



6. a) 11;

b)

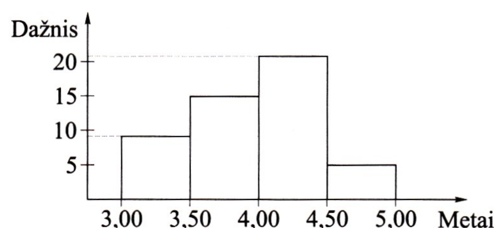
Skaičius	1	2	3	4	5
Dažnis	1	3	4	2	1

c) 4; d) $\approx 2{,}9$.

7. b)

Intervalai	[3,00; 3,50)	[3,50; 4,00)	[4,00; 4,50)	[4,50; 5,00)
Dažnis	9	15	21	5

c)



8. a) E_1 — pasakė skaitmenį 0, E_2 — pasakė skaitmenį 1, E_3 — pasakė skaitmenį 2, E_4 — pasakė skaitmenį 3, ..., E_{10} — pasakė skaitmenį 9;
b) negali.

9. a) E_1 — pakvietė pirmą moksleivį, ..., E_{24} — pakvietė dvidešimt ketvirtą moksleivį.
b) įvykiui A palankios 11 baigčių, B — 13, C — 12;
c) B; d) būtinas — pakviestas berniukas arba mergaitė; negalimas — pakvietė 37 numeriu pažymėtą moksleivį.

10. a) $1\frac{1}{6}$; b) 1; c) $-5\frac{1}{2}$; d) 7.

11. a) $7\sqrt{3}$; b) $3\sqrt{3}$; c) 30; d) 2,5; e) 63; f) 27. **12.** a) $\frac{66}{99}$; b) $\frac{100}{150}$.

13. a) $3a(5x+4y)$; b) $x(x-y)$; c) $5c(3-2c)$; d) $(x-5)(x+5)$; e) $(a-3)^2=(a-3)(a-3)$; f) $(4+x)^2=(4+x)(4+x)$.

14. 24 000 Lt. **15.** 21 g. **16.** a) $2\sqrt{2}$ cm; b) 12 cm^2.

17. a) $8\sqrt{2}$ cm; b) $4\sqrt{6}$ cm.

Natūraliųjų skaičių nuo 11 iki 99 kvadratų lentelė

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Natūraliųjų skaičių nuo 1 iki 10 kvadratų ir kubų lentelė

a	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
a^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Skaičių 2, 3 ir 5 laipsnių lentelė

a	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8	a^9	a^{10}
2	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19 683	59 049
5	5	25	125	625	3125	15 625	78 125	390 625	1 953 125	9 765 625



Pirmąjį vadovėlio leidimą
parėmė Atviros Lietuvos fondas

ISBN 9986–546–63–X (1 dalis)
ISBN 9986–546–64–8 (2 dalys)

